「熱力学」　第４章　問題解答

４－１ドリル問題

問題１　系がもとに戻らなければ，供給した熱をすべて仕事に変換することは可能か述べよ。

トムソンの原理が述べているのは，一つの熱源から熱を得て「継続に」仕事をする熱機関はないと述べている。継続するためには，系は，サイクルが完結するためにもとに戻らなければならない。もとに戻らなくて良ければ，たとえば，一度だけ，熱をすべて仕事に変換することは可能である。(答)

問題２　ある熱機関が，サイクルあたり 5.0 kJ の熱を得て，1.5 kJ の仕事をしているという。１サイクルの間に排出される熱を求めよ。

式 4-2 より

$$Q_L = Q_H - W$$

である． Q_H = 5.0 kJ, W = 1.5 kJ より

$$Q_L = 5.0\mathrm{kJ} - 1.5\mathrm{kJ} = 3.5\mathrm{kJ}$$ (答)

問題３　上の熱機関が毎分 2400 サイクルで運転されているという。出力を求めよ。

2400 サイクル／分÷60 秒／分＝40 サイクル／秒(s)
であるので，1 秒間あたり 40 サイクル行うことになる。
サイクルあたりの仕事は 1.5kJ であるので，1 秒間にする仕事は，
1.5kJ／サイクル×40 サイクル／秒(s) = 60 kJ/s =60 kW　(答)

問題４　部屋の冷暖房に用いられるエアコンは，場合によって，ヒートポンプ，もしくは，冷凍機に分類される。何故か答えよ。

ヒートポンプと冷凍機は原理的には同じものである。その目的によって分類される。温める目的で使用するときはヒートポンプ，冷やす目的のときは冷凍機。(答)

問題５　冬にエアコンで屋内を温めている。低温熱源，高温熱源に相当するものは何か答えよ。

冬にエアコンが使用されるとき，エアコンは，温度の低い屋外から熱を得て，温度

の高い屋内に熱を供給する。したがって，屋外が低温熱源，屋内が高温熱源。(答)

問題６　室内に置かれた冷蔵庫がある。低温熱源，高温熱源に相当するものは何か答えよ。

冷蔵庫は，温度の低い冷蔵庫内から熱を得て，温度の高い周囲（冷蔵庫が置かれている室内）に熱を排出している。したがって，冷蔵庫内が低温熱源，室内が高温熱源。

(答)

問題７　あるエアコンが，屋内から 2.0 kW の割合で熱を取り去っている。このとき，そのエアコンが消費する動力が 0.5 kW であった。屋外に排出される熱を求めよ。

式 4-6 は，仕事と熱により示されているが，単位時間あたりの仕事と熱で置き換えることができる。いま，

$$\dot{Q}_L = 2.0\mathrm{kW},\quad \dot{W} = 0.5\mathrm{kW}$$

であるので，

$$\dot{Q}_H = \dot{W} + \dot{Q}_L = 2.0\mathrm{kW} + 0.5\mathrm{kW} = 2.5\mathrm{kW}$$ (答)

問題８　冷蔵庫から 3.6 MJ/hour の熱が奪われている。成績係数を 3.0 とするとき，消費動力は何 kW か求めよ。

式 4-4 は，成績係数は，仕事と熱により与えられているが，単位時間あたりの仕事と熱で置き換えることができる。いま，

$$\varepsilon_r = 3.0,\quad \dot{Q}_L = 3.6\mathrm{MJ/hour} = 3600\mathrm{kJ} / 3600\mathrm{s} = 1.0\mathrm{kJ/s} = 1.0\mathrm{kW}$$

であるので，式 4-4 から

$$\dot{W} = \frac{\dot{Q}_L}{\varepsilon_r} = \frac{1.0\mathrm{kW}}{3.0} = 0.33\mathrm{kW}$$ (答)

問題９　ある車のエンジンは，毎分 0.25 kg の燃料を消費している。燃料の発熱量は 44000kJ/kg である。エンジンの熱効率が 30%であったとすると，その出力は何 kW か求めよ。

式 4-1 は，成績係数は，仕事と熱により与えられているが，単位時間あたりの仕事

と熱で置き換えることができる。式 4-1 から

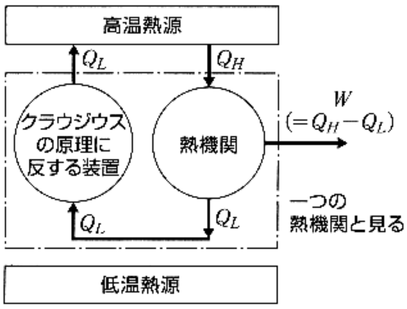
$$\dot{W} = \eta \cdot \dot{Q}_H$$

が得られる。$\eta = 0.3$，また，エンジンが受け取る熱 $\dot{Q}_H$ は，燃料の発熱量と考えることができる。したがって，

$$\dot{W} = \eta \cdot \dot{Q}_H = 0.3 \cdot 44000\mathrm{kJ/kg} \times 0.25\mathrm{kg/min} = 0.3 \cdot 11000\mathrm{kJ/60s} = 55\mathrm{kW}$$ (答)

問題 10　周囲に何ら影響をおよぼすことなく，低温の物体から高温の物体に熱を移動させる装置が存在したとすると，高温の熱源から熱を得て，それをすべて仕事に変換できる熱機関ができることを示せ。

低温の物体から高温の物体に熱 Q_L を移動させる装置が存在したとすると，通常の「熱を低温熱源に排出する熱機関」に，その装置を組み合わせた熱機関（一点鎖線で囲った部分を一つの熱機関と見なす）によって，通常の熱機関で低温熱源に排出されるはずの熱 Q_L を，周囲に何の影響もおよぼすことなく，高温熱源に移動させることができる。一点鎖線で囲った熱機関は，低温熱源に熱を捨てることなく，高温熱源から $Q_H - Q_L$ の熱を取り出し，それをすべて仕事 W に変換させることができる。(答)



クラウジウスの原理に反する装置と熱機関の組み合わせ

4－2 ドリル問題

問題 1　カルノーサイクルを構成する四つの過程を述べよ。

可逆断熱圧縮，等温膨張，可逆断熱膨張，等温圧縮　(答)

問題 2　図 1 は，カルノーサイクルの p-V 線図である。もっとも温度の高い過程はどこか答えよ。

最も温度の高い過程は，等温で熱を受け取る過程である。過程 1 → 2。(答)

問題３　あるガスタービンにおいて，燃焼ガスの温度が 1500℃，排ガスの温度が 500℃であるという。このガスタービンの理論最大熱効率を求めよ。

二つの熱源の間で働く熱機関の理論最大効率は，式 4-30 で与えられる。燃焼ガス温度を高温熱源の温度，排ガス温度を低温熱源の温度として，

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{500 + 273\,\mathrm{K}}{1500 + 273\,\mathrm{K}} = 0.564 = 56.4\%$$
(答)

問題４　問題３で，ガスタービンの効率を上げるには，燃焼ガス温度，排ガス温度をどうすればよいか答えよ。

$\frac{T_L}{T_H}$ が小さくなれば効率は上がるので，燃焼ガス温度 T_H を上げる，排気ガス温度 T_L を下げる，あるいは，その両方。(答)

問題５　熱効率 60 % のカルノーサイクルが，25℃の環境を低温熱源として運転されている。高温熱源の温度を求めよ。

η = 0.6，T_L = 25+273 = 298 K である。式 4-30 から

$$T_H = \frac{T_L}{1 - \eta_C} = \frac{298}{1 - 0.6} = 745\,\mathrm{K} = 472\,^\circ\mathrm{C}$$
(答)

問題６　あるカルノーサイクルを，比熱比 κ が 1.4，あるいは，1.67 のガス（作動流体）で運転したい。どちらのガスを用いる方が効率的か答えよ。

カルノーサイクル（可逆機関）の効率は，作動流体に依存しないので，どちらのガスを利用しても効率は，同じ。(答)

問題７　温度 25℃の屋内と−5℃の屋外の間で，カルノーヒートポンプが運転されているという。その COP を求めよ。

式 4-31 より，

$$\mathrm{COP}_{HP} = \frac{25 + 273\,\mathrm{K}}{(25 + 273\,\mathrm{K}) - (-5 + 273\,\mathrm{K})} = \frac{298\,\mathrm{K}}{30\,\mathrm{K}} = 9.93$$
(答)

問題８　問題７のカルノーヒートポンプが 1.5 kW の動力で運転されているとする。屋

内に供給できる単位時間あたりの熱量を求めよ。この熱量は，ヒートポンプを駆動する動力と同じ 1.5kW の電力で，電熱ヒータにより供給できる熱量の何倍になるか求めよ。

ヒートポンプの成績係数は，式 4-5 に示されるように，加えた動力に対して何倍の熱量を供給できるかを表している。したがって，屋内に供給できる熱 $\dot{Q}_H$ は，

$$\dot{Q}_H = 1.5\mathrm{kW} \times 9.93 = 14.9\mathrm{kW}$$

となる。電熱ヒーターでは，加えた電力 1.5 kW がすべて部屋に供給されるだけである。したがって，ヒートポンプで供給できる熱量は 9.93 倍。(答)

問題 9　問題 7 において，屋外の温度が−20℃に下がった。COP の増減を調べよ。

問題 7 と同様，式 4-31 より

$$\mathrm{COP}_{HP} = \frac{25+273\mathrm{K}}{(25+273\mathrm{K})-(-20+273\mathrm{K})} = \frac{298\mathrm{K}}{45\mathrm{K}} = 6.62$$

である。COP は，6.62 まで下がる。(答)

問題 10　北の国のある寒い夜，部屋を 20℃に暖房したい。ある友人が，屋外の気温が−30℃のとき，COP が 5.8 のヒートポンプあるという。あなたはこのことを信じられるか？　意見を述べよ。

友人がいうヒートポンプが，カルノーヒートポンプであるとすると，その COP は，式 4-31 より

$$\varepsilon_{HP} = \frac{20+273\mathrm{K}}{(20+273\mathrm{K})-(-30+273\mathrm{K})} = \frac{293\mathrm{K}}{50\mathrm{K}} = 5.86$$

である。実際の機器は，カルノーヒートポンプよりもずっと性能が劣ることを考慮すると，友人の言う COP の値は高すぎる。

4−3 ドリル問題

問題 1　1 気圧のもと，100℃の水が蒸発して水蒸気となる。この過程における比エントロピー変化を求めよ。ただし，水の蒸発潜熱を 2259 kJ/kg とせよ。

この過程において，水は，1 kg あたり 2259kJ の熱を受け取る。状態 1 を 100℃の水，状態 2 を 100℃の水蒸気と考えると，比エントロピー変化 $s_2 - s_1$ は，式 4-53 より，

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{\delta q_{rev}}{T} = \frac{2259\mathrm{kJ/kg}}{100 + 273.15\mathrm{K}} = 6.05\mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$$
(答)

問題２　p.62 のジュールの自由膨張の実験で，自由膨張により，理想気体の体積が 2 倍に膨張した。気体定数を 0.289kJ/(kg•K)とするとき，比エントロピー変化を求めよ。

比エントロピーの微小変化が，温度と体積の関数として与えられている式 4-77 を利用する。自由膨張では温度変化はないので $dT = 0$ である。したがって，

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R\frac{dv}{v} = R\frac{dv}{v}$$

この式を積分すると

$$\Delta s = \int_V^{2V} R\frac{dv}{v} = \int_V^{2V} R\frac{dV}{V} = R[\ln V]_V^{2V} = R\ln\frac{2V}{V} = R\ln 2 = 0.200\mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$$
(答)

問題３　カルノーサイクルの等温圧縮過程において，作動流体（ガス）のエントロピーは上昇するか，減少するか述べよ。また，熱源のエントロピーについてはどうか述べよ。

等温圧縮過程では，圧縮でなされた仕事に相当する熱が，系外に排出される（$\delta Q < 0$）。このとき，式 4-52 から，

$$ds = \frac{\delta Q}{T} < 0$$

であることがわかる。作動ガスのエントロピーは，減少する。(答)

一方，熱源は熱を受け入れること（$\delta Q > 0$）になるので，$ds > 0$，熱源のエントロピーは上昇する。(答)

問題４　図 1 は，カルノーサイクルの T-S 線図である。断熱過程はどこか述べよ。

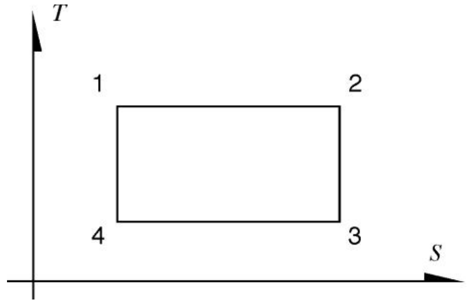


図　1

断熱過程では$\delta Q = 0$である。式 4-52 より，

$$ds = \frac{\delta Q}{T} = 0$$

となる。この式は，エントロピーが変化しないことを意味している。したがって，断熱過程は，過程 2 → 3，および，過程 4 → 1。(答)

問題５　図 1 を，逆カルノーサイクルの *T-S* 線図とせよ。低温熱源から熱の受け入れている過程は，どの状態からどの状態か？　状態の記号で答えよ。

逆カルノーサイクルは，低温熱源から熱を得て，高温熱源に熱を排出する。したがって，低温側では，作動流体（ガス）は熱を得るので，$ds > 0$である。低温熱源から熱を得ている過程は，サイクルを表す線図の低温側，状態３と４の間で，かつ，その向きは，エントロピーが増加する方向，すなわち，過程４→３である。(答)

問題６　図 2 は，ある熱機関が行うサイクルの *T-S* 線図を示している。

(1) 高温熱源からこの熱機関が受け取る熱量を求めよ。

(2) この熱機関の効率を求めよ。

(3) このサイクルが発生する仕事を求めよ。

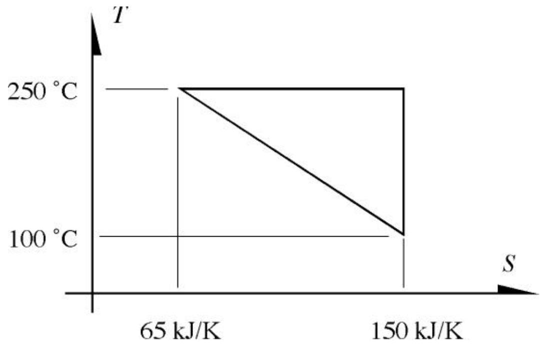


図　2

熱機関は，高温の熱源から熱を得て，低温の熱源に熱を排出する。熱を得るときエントロピーは増加し，排出するときエントロピーは減少する。したがって，熱機関は，*T-S* 線図上に描かれるサイクルを右回り（時計回り）に行うことになる。三つの過程で構成される図のサイクルにおいては，250℃で温度一定の過程が，高温の熱源から熱を得る過程である。それに引き続く，エントロピー一定の過程では，熱の出入りはない。150℃から 250℃に左上がりに変化する過程で，低温の熱源に熱を排出する過程である。

(1)　以上より，高温の熱源から得る熱 Q_Hは，式 4-87 より，

$$Q_H = \int_{S=65\mathrm{kJ/K}}^{S=150\mathrm{kJ/K}} TdS = T \cdot \int_{S=65\mathrm{kJ/K}}^{S=150\mathrm{kJ/K}} dS = (250 + 273\mathrm{K}) \cdot [S]_{S=65\mathrm{kJ/K}}^{S=150\mathrm{kJ/K}}$$

$$=523\mathrm{K}\cdot(150\mathrm{kJ/K}-65\mathrm{kJ/K})=44455\mathrm{kJ}\approx 44.5\mathrm{MJ}$$ (答)

(2)　熱効率は，式 4-3 より

$$\eta=\frac{Q_H-Q_L}{Q_H}$$

で与えられる。これを求めるために，まず，低温熱源に排出する熱 Q_L を求める。

Q_L は，式 4-87 より求めてもよいが，ここでは系に出入りする熱が，T-S 線図上において，過程を示す線と S 軸の間の面積に相当することを用いて導くことにする。低温熱源には，100℃から 250℃に左上がりの過程において熱が排出されるので，その過程を示す線と S 軸の間の面積を求める。台形公式を用いると，

$$Q_L=\frac{(250+273\mathrm{K})+(100+273\mathrm{K})}{2}\cdot(150\mathrm{kJ/K}-65\mathrm{kJ/K})=38080\mathrm{kJ}\approx 38.1\mathrm{MJ}$$

したがって，

$$\eta=\frac{Q_H-Q_L}{Q_H}=\frac{44455\mathrm{kJ}-38080\mathrm{kJ}}{44455\mathrm{kJ}}=0.1434\approx 14.3\%$$ (答)

(3)　このサイクルを発生する仕事は，式 4-1 から

$$W=\eta\cdot Q_H=0.1434\times 44.5\mathrm{MJ}\approx 6.38\mathrm{MJ}$$ (答)

あるいは，式 4-2 から

$$W=Q_H-Q_L=44455\mathrm{kJ}-38080\mathrm{kJ}=6375\mathrm{kJ}\approx 6.38\mathrm{MJ}$$

である。

問題 7　温度 200℃のもとで，水蒸気の圧力が 0.10MPa から 0.20MPa に可逆的に変化した。このときの水蒸気の比エントロピー変化を求めよ。ただし，水蒸気の気体定数を 0.462kJ/(kg•K)とせよ。

比エントロピーの微小変化が温度 T，圧力 p の関数で与えられている式 4-78 を用いる。いま，温度は一定に保たれているので，この系における比エントロピーの微小変化は，

$$ds=c_p\frac{dT}{T}-R\frac{dp}{P}=-R\frac{dp}{P}$$

となる。水蒸気の比エントロピー変化Δs は，この式を積分することにより求められる。最初の状態を 1，終わりの状態を 2 とすると，

$$\Delta s=-\int_1^2 R\frac{dp}{p}=-R\cdot[\ln p]_1^2=-0.462\mathrm{kJ/(kg\cdot K)}\cdot\ln\frac{0.2\mathrm{MPa}}{0.1\mathrm{MPa}}\approx -0.320\mathrm{kJ/(kg\cdot K)}$$ (答)

問題 8　水蒸気が，圧力 0.10MPa のもとで，温度 100℃から 200℃に可逆的に上昇した。このときの比エントロピー変化を求めよ。水蒸気の定圧比熱 c_p を 2.00 kJ/(kg•K)とせよ。

比エントロピーの微小変化が温度 T，圧力 p の関数で与えられている式 4-78 を用いる。いま，圧力は一定に保たれているので，この系における比エントロピーの微小変化は，

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R\frac{dp}{P} = c_p \frac{dT}{T}$$

である。水蒸気の比エントロピー変化 Δs は，この式を積分することにより求められる。最初の状態を 1，終わりの状態を 2 とすると，

$$\Delta s = \int_1^2 c_p \frac{dT}{T} = c_p \cdot [\ln T]_1^2 = 2.00\mathrm{kJ/(kg \cdot K)} \cdot \ln\frac{200 + 273\mathrm{K}}{100 + 273\mathrm{K}} \approx 0.475\mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$$ (答)

問題 9　圧力 0.10MPa，温度 100℃の水蒸気が，可逆断熱圧縮して温度 200℃まで昇温させた後，その温度のまま，可逆的に圧力を 0.2 MPa まで変化させた．このときの比エントロピー変化を求めよ。

エントロピーは状態量であるので，その変化は経路によらない。問題 8 の状態変化をまず行った後，問題 7 の状態変化を行えば，最初と終わりの状態が，本問題の状態変化におけるそれと一致する。したがって，上の二つの問題で求めた比エントロピー変化の和が，求めるべき比エントロピー変化 Δs となる。

$$\Delta s = -0.320\mathrm{kJ/(kg \cdot K)} + 0.475\mathrm{kJ/(kg \cdot K)} = 0.155\mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$$ (答)

問題 10　80 ˚C の銅ブロック 4.00kg を 20˚C の周囲環境と平衡になるまで放置する。このとき，ブロックのエントロピー変化と，環境のエントロピー変化を求めよ。ただし，銅の比熱を 0.379kJ/(kg•K)とする。

この銅ブロックから δQ の微少な熱が排出されるとき，ブロックのエントロピーの微小変化は，そのときのブロックの温度 T を用いると，式 4-52 より，

$$ds = \frac{\delta Q}{T}$$

で与えられる．

一方，微少な熱 δQ が排出されるとき，ブロックの温度変化を dT とすると，

$$\delta Q = mcdT$$

である。m はブロックの質量，c はその比熱である。この過程におけるブロックのエントロピー変化 ΔS は，この式を上の式に代入し，積分することによって求めることができる。

$$\Delta S = \int_{T=80^\circ\mathrm{C}}^{T=20^\circ\mathrm{C}} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T=80^\circ\mathrm{C}}^{T=20^\circ\mathrm{C}} \frac{mcdT}{T} = mc\int_{T=80^\circ\mathrm{C}}^{T=20^\circ\mathrm{C}} \frac{dT}{T}$$

$$= mc\left[\ln T\right]_{T=80°C}^{T=20°C} = 4.0\text{kg}\cdot 0.379\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}\cdot\ln\frac{20+273\text{K}}{80+273\text{K}} \approx -0.282\text{kJ/K}$$
(答)

環境は温度 T_0 = 20℃のもとで，ブロックが排出した熱 Q を受け取ることになる．したがって，環境のエントロピー変化は，

$$\Delta S = \frac{Q}{T_0} = \frac{mc\Delta T}{T_0} = \frac{4.0\text{kg}\cdot 0.379\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}\cdot(80°\text{C}-20°\text{C})}{20+273\text{K}} = 0.310\text{kJ/K}$$
(答)

4－4 ドリル問題

問題１　周囲の環境と同じ温度にある海の水から熱エネルギーを得て，仕事を取り出すことは可能かどうか述べよ。

海の水は，周囲と平衡状態にあるので，仕事はとりだせない。(答)

問題２　周囲の環境より温度の高い，理想的な熱源がある。熱源温度を T_H，環境温度を T_0 とするとき，この熱源から取り出せるエクセルギーを求めよ。

理想的な熱源は，熱容量が無限大であるため，熱を取り出してもその温度は変わらず，周囲の環境と平衡になることはない。環境と平衡になるまでに取り出せる最大仕事と定義されるエクセルギーを求めることはできない。(答)

問題３　周囲環境の温度が 20℃であるとき，100℃のお湯 1.00kg が 60℃に冷える間に取り出せる最大仕事を求めよ。水の比熱を 4.18 kJ/(kg•K)とせよ。

100℃（= T_{H100}）お湯が 20℃（= T_0）の環境に置かれたときにもつエクセルギー$E_{100\text{-}20}$から，60℃（= T_{H60}）のお湯が 20℃の環境に置かれたときにもつエクセルギー$E_{60\text{-}20}$を差し引いたものが, 100℃お湯が 60℃に冷える間に取り出せる最大仕事 W_{max}を与える。

式 4-91 より，それぞれのエクセルギーは，

$$E_{100-20} = mc(T_{H100} - T_0) - mcT_0\ln\frac{T_{H100}}{T_0}$$

$$E_{60-20} = mc(T_{H60} - T_0) - mcT_0\ln\frac{T_{H60}}{T_0}$$

したがって，

$$W_{\max} = E_{100-20} - E_{60-20}$$

$$= mc(T_{H100} - T_0) - mcT_0\ln\frac{T_{H100}}{T_0} - \left\{mc(T_{H60} - T_0) - mcT_0\ln\frac{T_{H60}}{T_0}\right\}$$

$$= mc(T_{H100} - T_{H60}) - mcT_0 \ln\frac{T_{H100}}{T_{H60}}$$
$$= 1\mathrm{kg} \cdot 4.18\mathrm{kJ/(kg \cdot K)} \cdot (100°\mathrm{C} - 60°\mathrm{C})$$
$$- 1\mathrm{kg} \cdot 4.18\mathrm{kJ/(kg \cdot K)} \cdot (20 + 273\mathrm{K}) \cdot \ln\frac{100 + 273\mathrm{K}}{60 + 273\mathrm{K}} = 28.3\mathrm{kJ}$$

(答)

問題 4　周囲環境の温度が 20℃であるとき，60℃のお湯 1.00kg を 100℃のお湯にするために必要な最小仕事を求めよ。

上の問題 3 では，可逆的に仕事を取り出しているので，その仕事を用いれば，60℃のお湯 1 kg を 100℃のお湯にできる。したがって，28.3 kJ。(答)

第 4 章　演習問題

１．冬期に電気エネルギーを消費する電熱ヒーターによって暖房される家がある。ある月に 1000kWh がこの暖房で消費された。電熱ヒーターの代わりに，COP が 3.0 のヒートポンプによりこの暖房をまかなうことにすると，その月の電気代をいくら節約できるか求めよ。電気代を 24 円/kWh とする。

電熱ヒーターでは，加えた電力が，そのまま家に供給された熱となる。したがって，1000kWh の熱が供給されたことになる。ヒートポンプでは，加えた電力量 W とすると，式 4-5 より，

$$Q_H = \varepsilon_{HP} \cdot W$$

の熱が家に供給されることになる。電熱ヒーターと同じ熱量を家に供給しようとすると，必要な電力量は，

$$W = \frac{Q_H}{\varepsilon_{HP}} = \frac{1000\mathrm{kWh}}{3.0} = 333.3\mathrm{kWh}$$

である。したがって，節約できる電力量は，

$$1000\mathrm{kWh} - 333.3\mathrm{kWh} = 666.7\mathrm{kWh}$$

である。節約できる電気代は，

66.7kWh×24 円/kWh = 16000 円

である。(答)

２．近くの川で冷却する地熱発電プラントで，100 MW の電力を発生させたい。その熱効率を 20%とすると，この川に排出される熱はいくらになるか求めよ。また，川の水量が，毎秒 10 トンであるとすると，水温上昇はいくらになるか求めよ。水の比

熱を 4.2 kJ/(kg•K)とする。

熱効率 20%（= η）の 100 MW（= $\dot{W}$）の電力を発生するために，供給される単位時間あたりの熱 $\dot{Q}_H$ は，式 4-1 より，

$$\dot{Q}_H = \frac{\dot{W}}{\eta} = \frac{100\mathrm{MW}}{0.2} = 500\mathrm{MW}$$

である。

排出される熱 $\dot{Q}_L$ は，式 4-6 より

$$\dot{Q}_L = \dot{Q}_H - \dot{W} = 500\mathrm{MW} - 100\mathrm{MW}{=}400\mathrm{MW}$$ (答)

である。川の水は，この熱 $\dot{Q}_L = 400\mathrm{MW}{=}4.0\times10^5\mathrm{kJ/s}$によって暖められる。温度上昇を ΔT，比熱 c，単位時間あたりの水量を $\dot{m}$（= 10 トン・/秒 = 10×10^3 kg/s）とすると，

$$\dot{Q}_L = \dot{m}c\Delta T$$

である。したがって，

$$\Delta T = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{m}c} = \frac{4.0\times10^5\mathrm{kJ/s}}{10\times10^3\mathrm{kg/s}\cdot4.2\mathrm{kJ/(kg\cdot K)}} = 9.5\mathrm{K}$$

となり，水温上昇は 9.5K となる。(答)

3．次の表は，熱効率 60%のカルノーサイクルの各過程，状態 n から m（n = 1, 2, 3, 4, m = 2, 3, 4, 1）において，行う仕事 W_{nm}，供給される熱 Q_{nm}，内部エネルギー変化 ΔU_{nm} を示している。作動流体を理想気体と考えて，以下の表の空欄を埋めよ。また，以下の表において断熱膨張過程を示せ。

過程	Q_{nm}[J]	W_{nm}[J]	ΔU_{nm}[J]
1 → 2			70
2 → 3	100		
3 → 4			
4 → 1			

過程	Q_{nm}[J]	W_{nm}[J]	ΔU_{nm}[J]
1 → 2	0	－70	70
2 → 3	100	100	0
3 → 4	0	70	－70
4 → 1	－40	－40	0

断熱膨張：過程 3 → 4

カルノーサイクルは，可逆断熱圧縮→等温膨張→可逆断熱膨張→等温圧縮を行って，もとに戻る。断熱過程では，$Q_{nm} = 0$，また，等温過程では，式 3-11 に示すように，理想気体の内部エネルギーに変化はないので，$\Delta U_{nm} = 0$ である。

Q_{nm} に関しては，四つの過程の内，二つが 0 でなければならず，かつ，一つおきでなければならない。過程２→３が $Q_{23} = 100$ J なので，過程１→２と過程３→４が断熱過程で，$Q_{nm} = 0$ でなければならない。

ΔU_{nm} に関しても，四つの過程の内，二つが 0 でなければならず，かつ，一つおきでなければならない。過程１→２が $\Delta U_{12} = 70$ J なので，過程２→３と過程４→１が等温過程で，$\Delta U_{nm} = 0$ でなければならない。

次に，サイクルが完了した際，内部エネルギーは状態量なので，もとに戻っていなければならない。具体的に言えば，サイクルにわたって，ΔU_{nm} を足し合わせた結果は 0 でなければならない。したがって，過程３→４は，$\Delta U_{34} = -70$ J である。

さて，状態 n から m への過程において，W_{nm}，Q_{nm}，および，ΔU_{nm} の間には，式 2-2 より，以下の関係がある。

$$\Delta U_{nm} = Q_{nm} - W_{nm}$$

各過程にこの関係式を適用すると，過程１→２，２→３，３→４についての空欄はすべて埋まる。

過程４→１の Q_{41} について考える。過程２→３では，$Q_{23} = 100$ J の熱を受け取っているので，過程４→１では，熱を排出しなければならない。その熱を Q_L とすると，このサイクルの熱効率 η は，

$$\eta = \frac{Q_{23} - Q_L}{Q_{23}}$$

と表せる。Q_L について解いて，計算すると，

$$Q_L = (1-\eta)\cdot Q_{23} = (1-0.6)\cdot 100\,\mathrm{J} = 40\,\mathrm{J}$$

である。いま，Q_{nm} は供給する熱を正としているので，排出する熱は負となる。したがって，

$$Q_{41} = -Q_L = -40\,\mathrm{J}$$

である。$\Delta U_{nm} = Q_{nm} - W_{nm}$ の関係式から，

$$W_{41} = Q_{41} - \Delta U_{41} = -40 - 0 = -40\,\mathrm{J}$$

である。

断熱膨張過程では，$Q_{nm} = 0$ で，かつ，膨張により仕事するので，$W_{nm} > 0$ である。この条件を満たす過程は，過程３→４である。(答)

４．室内と外気の温度差 1 ˚C あたり，毎時 1800 kJ の割合で熱を失う部屋がある。以下の問いに答えよ。

(1) いま，室温が 23 ˚C，外気温が T_L [˚C]であるとき，この部屋が毎秒あたり失う熱 $\dot{Q}$ を求めよ（式を示せ)。単位に注意して答えよ。

(2)　外気温が T_L [˚C]であるとき，理想的効率を誇るヒートポンプ（カルノーヒートポンプ）が室温を T_H [˚C]に保っている。このヒートポンプの成績係数 COP_{HP} を求めよ。

(3)　外気温が T_L [˚C]で，このヒートポンプの消費電力が $\dot{W}$ [kW] であるとき，室温 23 ˚C の部屋に毎秒あたり供給できる熱量 $\dot{Q}_H$ を求めよ（式を示せ）。

(4)　このヒートポンプの最大消費電力が 2.7 kW であるとき，外気温が最低何˚C になるまで，室温を 23 ˚C に保つことができるか求めよ。

(1) 温度差 1℃あたり失う熱は，

$$1800\mathrm{kJ}/(\mathrm{hour}\cdot{}^\circ\mathrm{C}) = 1800\mathrm{kJ}/(3600\mathrm{s}\cdot{}^\circ\mathrm{C}) = 0.5\mathrm{kW}/{}^\circ\mathrm{C}$$

である。温度差 23℃−T_L℃では，

$$\dot{Q} = 0.5\mathrm{kW}/{}^\circ\mathrm{C} \times (23{}^\circ\mathrm{C} - T_L{}^\circ\mathrm{C}) = 0.5\times(23 - T_L)\left[\mathrm{kW}\right] \quad \text{(答)}$$

(2) 式 4-32 より，

$$\mathrm{COP}_{HP} = \frac{\left(T_H + 273\mathrm{K}\right)}{\left(T_H + 273\mathrm{K}\right) - \left(T_L + 273\mathrm{K}\right)} = \frac{T_H + 273}{T_H - T_L} \quad \text{(答)}$$

(3) T_H = 23℃なので，式 4-5 より，

$$\dot{Q}_H = \mathrm{COP}_{HP} \times \dot{W} = \frac{T_H + 273}{T_H - T_L} \times \dot{W} = \frac{296}{23 - T_L} \times \dot{W} \quad \text{(答)}$$

(4) 室温を 23℃に保つためには，このとき失う熱をヒートポンプにより供給しなければならない。すなわち，

$$\dot{Q} = \dot{Q}_H$$

(1)と(3)の答えより，

$$0.5\times(23 - T_L) = \frac{296}{23 - T_L} \times \dot{W}$$

$\dot{W} = 2.7\mathrm{kW}$ より

$$(23 - T_L)^2 = \frac{296\times 2.7}{0.5} = 1598.4$$

T_L = －17℃　(答)

5．モル質量 28.8×10^{-3} kg/mol の 2 原子分子からなる理想気体 5 mol が圧力 0.400 MPa，温度 300 K の状態から，比容積 0.050 $\mathrm{m^3/kg}$，温度 250 K の状態に変化する際のエントロピー変化を求めよ。

最初の状態を１，終わりの状態を２とする。式 4-76 を積分することで，エントロピー変化を求めることにする。式 4-76 を積分すると，

$$\int_1^2 dS = S_2 - S_1$$

$$= \int_1^2 mc_p \frac{dT}{T} - \int_1^2 mR \frac{dp}{p} = mc_p [\ln T]_1^2 - mR[\ln p]_1^2 = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} - mR \ln \frac{p_2}{p_1}$$

である。この計算を実行するにあたり必要な変数の値を求める。

式 3-5 より，

$$m = n \cdot M = 5\mathrm{mol} \cdot 28.8 \times 10^{-3}\mathrm{kg/mol} = 0.144\mathrm{k}$$

である。式 3-4 より，

$$R = \frac{R_0[\mathrm{J/(mol \cdot K)}]}{M[\mathrm{kg/mol}]} = \frac{8.314\mathrm{J/(mol \cdot K)}}{28.8 \times 10^{-3}\mathrm{kg/mol}} = 2887\mathrm{J/(kg \cdot K)}$$

である。式 3-21 より，

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R$$

である。ここで，κは比熱比である。２原子分子の自由度$\nu = 5$を用いると，理想気体の比熱比κは，式 3-86 より，

$$\kappa = \frac{\nu + 2}{\nu} = \frac{5 + 2}{5} = 1.4$$

である。定圧比熱 c_p は，

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R = \frac{1.4}{1.4 - 1} \cdot 2887\mathrm{J/(kg \cdot K)} = 1010.5\mathrm{J/(kg \cdot K)}$$

となる。

次に，計算に際して必要な状態２の圧力 p_2 をもとめる。状態方程式 3-6 より，

$$p_2 V_2 = mRT_2$$

である。この式から，

$$p_2 = \frac{mRT_2}{V_2} = \frac{RT_2}{\frac{V_2}{m}} = \frac{RT_2}{v_2} = \frac{2887\mathrm{J/(kg \cdot K)} \cdot 250\mathrm{K}}{0.05\mathrm{m^3/kg}} = 1.44\mathrm{MPa}$$

となる。以上より，求めるエントロピー変化は，

$$S_2 - S_1 = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} - mR \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$= 0.144\mathrm{kg} \cdot 1010.5\mathrm{J/(kg \cdot K)} \cdot \ln \frac{250K}{300\mathrm{K}} - 0.144\mathrm{kg} \cdot 288.7\mathrm{J/(kg \cdot K)} \cdot \ln \frac{1.44\mathrm{MPa}}{0.4\mathrm{MPa}}$$

$$= -79.8\mathrm{J/K}$$

となる。(答)

６．100℃のお湯（水）１L を作りたい。カルノーの熱機関，カルノーのヒートポンプが利用できるとして，最低何 L の 60℃のお湯があればよいか求めよ。環境温度を 20℃とし，環境には 60℃のお湯以外に，環境と非平衡の熱源はないものとする。なお，水１L あたりの重さを 1.00 kg とする。

水１L あたりの重さを 1.00 kg としているので，最終的に 100℃のお湯 1 kg が作れればよい。また，このとき環境と非平衡の熱源は存在しない。もし，そのような熱源あるとすると，その熱源のもつエクセルギーで，さらに，100℃のお湯を作れることになり，最初に必要な 60℃のお湯を減らせることができるからである。最低必要な 60℃のお湯の量を求めるには，最終状態として，100℃のお湯 1 kg と，それ以外のものは環境温度 20℃になければならない。

さて，ここでは，60℃のお湯からヒートポンプを用いて，100℃のお湯を作ることにする*。ヒートポンプを駆動する仕事は，60℃のお湯が冷えて，環境温度 20℃になるまでの間に取り出せる最大仕事（エクセルギー）を用いることにする。

20℃の環境温度において，60℃のお湯から 100℃のお湯 1 kg（= m）を作るのに必要な最小仕事は，4-4 節のドリル問題３，４で示したように，100℃のお湯 1 kg が 60℃に冷える間に取り出せる最大仕事であった。式の部分だけ書き出すと，

$$W_{\max} = E_{100\text{–}20} - E_{60\text{–}20}$$

$$= mc(T_{H100} - T_0) - mcT_0 \ln\frac{T_{H100}}{T_0} - \left\{ mc(T_{H60} - T_0) - mcT_0 \ln\frac{T_{H60}}{T_0} \right\}$$

$$= mc(T_{H100} - T_{H60}) - mcT_0 \ln\frac{T_{H100}}{T_{H60}}$$

である。

この仕事を，60℃のお湯が環境温度 20℃に冷える間に取り出せる最大仕事 W'でまかなうことになる。必要な 60℃のお湯の質量を m'とすると，式 4-91 より

$$W' = m'c(T_{H60} - T_0) - m'cT_0 \ln\frac{T_{H60}}{T_0}$$

$W_{\max} = W'$とおいて，m'について解くと

$$m' = \frac{mc(T_{H100} - T_{H60}) - mcT_0 \ln\dfrac{T_{H100}}{T_{H60}}}{c(T_{H60} - T_0) - cT_0 \ln\dfrac{T_{H60}}{T_0}} = \frac{m(T_{H100} - T_{H60}) - mT_0 \ln\dfrac{T_{H100}}{T_{H60}}}{(T_{H60} - T_0) - T_0 \ln\dfrac{T_{H60}}{T_0}}$$

計算すると

$$m' = \frac{1\text{kg}\cdot(100°\text{C} - 60°\text{C}) - 1\text{kg}\cdot(20 + 273\text{K})\cdot\ln\dfrac{100 + 273\text{K}}{60 + 273\text{K}}}{(60°\text{C} - 20°\text{C}) - (20 + 273\text{K})\cdot\ln\dfrac{60 + 273\text{K}}{20 + 273\text{K}}} = 2.70\text{kg}$$

となる。

ヒートポンプを駆動するために必要な 60℃のお湯の質量は 2.70 kg，これに加えて，60℃から 100℃になるお湯が 1 kg 必要である。したがって，100℃のお湯 1 L を作るのに必要な 60℃のお湯の質量は，2.70 kg + 1 kg =3.70 kg で，その体積は 3.70 L である。(答)

＊20℃の水から 100℃のお湯を作ってもよい。その分，60℃のお湯は少なくてくすむが，ヒートポンプの駆動に必要な仕事が増えて，余計な 60℃のお湯が必要になる。じつは，減る分と増える分は相殺されて，どちらでも同じ結果を与える。なぜなら，20℃のお水を 60℃のお湯にするのに必要な最小仕事は，20℃の環境におかれた 60℃のお湯が，20℃に冷える間に取り出せる最大仕事（エクセルギー）に等しいからである。