

「流体力学」 第5章 問題の解答

5-1 ドリル問題

問題1 運動量理論は、どのような法則を流体に適用することにより得られる理論であるか。

略解 ニュートンの運動の第二法則 (答)

問題2 質量に速度を乗じて得られる物理量名を答えよ。

略解 運動量 (答)

問題3 ある物体の運動量の時間により変化する割合を何というか。

略解 運動量変化率 (答)

問題4 式5-2はどのような保存則を表しているか。

略解 運動量保存則 (答)

問題5 質量1000kgの自動車は速度27.8m/s(100km/h)で水平な道路を走行している。この自動車の速度が2.0秒間で33.3m/s(120km/h)になったとき、この自動車の走行方向に働いた力Fを求めよ。

略解 式5-2より、 $F = \frac{1000\text{kg}(33.3-27.8)\text{m/s}}{2.0} = 2.8\text{kN}$ (答)

問題6 質量1000kgの自動車は速度27.8m/s(100km/h)で水平な道路を走行している。この自動車の速度が4.0秒間で22.2m/s(80km/h)になったとき、この自動車の走行方向に働いた力Fを求めよ。

答え 式5-2より、 $F = \frac{1000(22.2-27.8)}{4.0} = -1.4\text{kN}$

問題7 式5-14では、何から流体にかかる力を求めることができると述べているのか。

略解 質量流量と対象とする流体が流れている領域の入口、出口の流体の速度 (答)

問題8 図5-1において、 $m=10\text{kg/s}$ 、 $u_1=1.0\text{m/s}$ 、 $u_2=3.0\text{m/s}$ として外部から流体に加えられた力Fを求めよ。また、その方向も示せ。

略解 式5-14より、

$$F = m(u_2 - u_1) = 10\text{kg/s}(3.0 - 1.0)\text{m/s} = 20\text{N} \quad x \text{ 軸の正方向} \quad (\text{答})$$

問題9 図5-1において、 $u_1=2.0\text{m/s}$ 、 $u_2=5.0\text{m/s}$ として外部から流体に加えられた力Fを求めよ。また、その方向も示せ。なお、流量Qは $5.0 \times 10^{-4}\text{m}^3/\text{s}$ 、流体の密度は $900\text{kg}/\text{m}^3$ とする。

略解 式5-14より

$$F = \rho Q(u_2 - u_1) = 900\text{kg}/\text{m}^3 \cdot 5.0 \times 10^{-4}\text{m}^3/\text{s}(5.0 - 2.0)\text{m/s} = 1.4\text{N}$$

x 軸の正方向 (答)

問題 10 図 5-1 において、 $u_1=2.0\text{m/s}$ 、 $u_2=3.0\text{m/s}$ として外部から流体に加えられた力 F を求めよ。また、その方向も示せ。なお、流量 Q は $6.0 \times 10^{-4}\text{m}^3/\text{s}$ 、流体の比重は 0.86 とする。

略解 式 5-14 より、

$$F = \rho Q(u_2 - u_1) = 0.86 \cdot 1000\text{kg/m}^3 \\ \times 6.0 \times 10^{-4}\text{m}^3/\text{s}(3.0 - 2.0)\text{m/s} = 0.52\text{N}$$

x 軸の正方向 (答)

5-2 ドリル問題

問題 1 図 5-2 に示した狭まり管内をある液体が流れている。 $A_1=1.13 \times 10^{-4}\text{m}^2$ 、 $A_2=2.82 \times 10^{-5}\text{m}^2$ 、 $u_1=2.0\text{m/s}$ 、 $u_2=8.0\text{m/s}$ 、質量流量を 0.18kg/s 、 $p_1=0.124\text{MPa}$ 、 $p_2=0.1\text{MPa}$ であるとき、液体がこの狭まり管におよぼす力 f を求めよ。また、その方向はどちらの方向か。

略解 式 5-16 より

$$f = 1.13 \times 10^{-4} \times 0.124 \times 10^6 - 2.82 \times 10^{-5} \times 0.1 \times 10^6 - 0.18 \times (8.0 - 2.0) = 10\text{N}$$

図の右方向 (答)

問題 2 図 5-2 に示した狭まり管内をある密度 ρ のある液体が流量 Q で流れている。断面 1 および 2 の断面積をそれぞれ A_1 、 A_2 、断面 1 および 2 の圧力をそれぞれ p_1 、 p_2 、とするとき、液体がこの狭まり管におよぼす力 f を求めよ。

略解 $m = \rho Q$ 、 $u_1 = \frac{Q}{A_1}$ 、 $u_2 = \frac{Q}{A_2}$ と式 5-16 より f を求める。

$$f = A_1 \cdot p_1 - A_2 \cdot p_2 - \rho Q^2 \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) \quad (\text{答})$$

問題 3 図 5-3 に示した平板において、質量流量が 98.2kg/s あるとき、平板にかかる力 f を求めよ。また、その方向は平板を押し方向かあるいは引く方向か答えよ。なお、噴出する流体の速度は 50m/s とする。

略解 式 5-19 より

$$f = mu = 98.2 \times 50 = 4.91 \times 10^3\text{N} = 4.9\text{kN} \quad \text{平板を押し方向} \quad (\text{答})$$

問題 4 図 5-3 に示した平板において、平板が受ける力 f を求めよ。また、その方向は平板を押し方向かあるいは引く方向か答えよ。なお、流体は水 ($\rho = 1000\text{kg/m}^3$) とし、ノズル直径 60mm 、ノズルから噴出す

る流体の速度は 40m/s とする。

略解 式 5 - 19 より

$$f = mu = \rho Qu = 1000\text{kg/m}^3 \times (30 \times 10^{-3}\text{m})^2 \pi \cdot 40\text{m/s} \times 40\text{m/s} = 4.5\text{kN}$$

平板を押し方向 (答)

問題 5 図 5 - 3 に示した平板が噴流の方向に速度 10m/s で動いているとき、平板にかかる力 f を求めよ。なお、流体は水 ($\rho = 1000\text{kg/m}^3$) とし、噴出する水の速度は 50m/s 、噴流の断面積は $1.96 \times 10^{-3}\text{m}^2$ とする。

略解 式 5 - 30 で、 $\theta = 90^\circ$ として

$$\begin{aligned} f &= \rho A(u - U)^2 \sin \theta = 1000\text{kg/m}^3 \times 1.96 \times 10^{-3}\text{m}^2 \times (50\text{m/s} - 10\text{m/s})^2 \\ &= 3.14 \times 10^3\text{N} = 3.1\text{kN} \end{aligned}$$

(答)

問題 6 図 5 - 4 に示した平板において、平板の角度 $\theta = 45^\circ$ で質量流量が 98.2kg/s あるとき、平板にかかる力 f を求めよ。また、その方向は平板を押し方向かあるいは引く方向か答えよ。なお、噴出する流体の速度は 50m/s とする。

略解 式 5 - 23 より

$$f = mu \sin \theta = 98.2 \times 50 \times \sin 45^\circ = 3.472 \times 10^3\text{N} = 3.5\text{kN}$$

平板を押し方向 (答)

問題 7 図 5 - 9 に示したジェット推進により駆動される容器において、ノズルからの流出する流体の速度 $u = 4.5\text{m/s}$ 、質量流量が 6.0kg/s であるとき、容器の推進力 f を求めよ。また、その推進力はどちらの方向に働くか答えよ。

答え 式 5 - 33 より

$$f = -mu = -4.5 \times 6 = -27\text{N} \quad \text{図の左方向} \quad (\text{答})$$

問題 8 図 5 - 9 に示したジェット推進により駆動される容器において、ノズルの断面積を A 、ノズルから噴出する液体の密度および流量をそれぞれ ρ 、 Q とするとき、容器の推進力 f を求めよ。

答え $m = \rho Q$ 、 $u = \frac{Q}{A}$ と式 5 - 33 より f を求める。

$$f = -mu = -\frac{\rho Q^2}{A} \quad (\text{答})$$

問題 9 式 5 - 36 を導出せよ。

略解

式 5 - 33 から 5 - 35 より

$$f = -mu = -\rho Qu = -\rho Au^2 = -\rho A(\sqrt{2gh})^2 = -2\rho ghA \quad (\text{答})$$

問題 10 図 5-9 に示したジェット推進により駆動される容器に働く推進力 f を求めよ。また、その推進力はどちらの方向に働くか答えよ。なお、流体は水 ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) とし、 $h = 1.0 \text{ m}$ 、ノズルの内径は 60 mm とする。

答え 式 5-36 より

$$f = -2\rho ghA$$

$$= -2 \times 1000 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 1 \text{ m} \times (30 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \pi = -55 \text{ N} \quad \text{図の左方向}$$

5-3 ドリル問題

問題 1 式 5-39、5-40 が成り立つためには Δt が微小時間であるという条件が必要である。 Δt が微小時間ではないとしたら、どのような問題点が生じるか簡潔に述べよ。

略解

Δt が微小時間ではない場合、図 5-11 の $l_{\mathbf{AE}}$ と $l_{\mathbf{BF}}$ 、あるいは、 $l_{\mathbf{DH}}$ と $l_{\mathbf{CG}}$ が等しくなくなる。その結果、 \mathbf{ABFE} および \mathbf{DCGH} 内の流体の質量を求めることが不可能となり、以後の論理展開ができなくなる。

問題 2 式 5-50 および式 5-52 を導け。

解答 \cos , \sin の定義より、以下の通り導くことができる。

$$\cos\theta_1 = \frac{u_1}{q_1} \quad \text{より} \quad u_1 = q_1 \cos\theta_1$$

$$\sin\theta_1 = \frac{v_1}{q_1} \quad \text{より} \quad v_1 = q_1 \sin\theta_1$$

問題 3 図 5-15 に示した曲管内をある流体が流れている。 $A_1 = A_2 = A$ 、 $\theta_1 = 0^\circ$ 、 $\theta_2 = 90^\circ$ 、 $p_1 = p_2 = p$ であるとき、流体がこの曲管におよぼす力 x 方向の力 f_x および y 方向の力 f_y を求めよ。ただし、断面 1 の x 方向の流体の速度は u_1 、断面 2 の y 方向の流体の速度は v_2 、質量流量は m とする。

略解

式 5-58 および式 5-59 より

$$f_x = pA + m u_1$$

$$f_y = -pA - m v_2 \quad (\text{答})$$

問題 4 問 3 で $p = 0.10 \text{ kPa}$ 、 $m = 0.50 \text{ kg/s}$ 、 $A = 3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ 、 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ のとき、流体が、この曲管におよぼす力の x 方向の力 f_x および y

方向の力 f_y を求めよ。

解答

質量流量と体積流量 Q の関係より、 $m = \rho Q$

体積流量と流体の速度 u との関係は $Q = Au$

よって、

$$u_1 = \frac{m}{\rho A} = \frac{0.5 \text{ kg/s}}{1000 \text{ kg/m}^3 \times 3.14 \times 10^{-2}} = 1.6 \times 10^{-2} \text{ m/s} = v_2 \quad (\text{断面積、質量流量が等})$$

しいので)

問 3 の結果より

$$f_x = PA + m u_1 = 0.1 \times 10^3 \text{ Pa} \times 3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2 + 0.5 \text{ kg/s} \times 1.6 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$= 3.1 \text{ N} \quad (\text{答})$$

$$f_y = -PA - m v_2 = -0.1 \times 10^3 \text{ Pa} \times 3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2 - 0.5 \text{ kg/s} \times 1.6 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$= -3.1 \text{ N} \quad (\text{答})$$

問題 5 図 5 - 1 5 に示した曲管内を水が流れている。 $A_1 = A_2 = 3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ 、 $\theta_1 = 0^\circ$ 、 $\theta_2 = 60^\circ$ 、 $Q = 0.010 \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $p_1 = p_2 = 5.0 \text{ kPa}$ であるとき、水がこの曲管におよぼす力 x 方向の力 f_x および y 方向の力 f_y を求めよ。また、それらの力の合力 f とその方向 α を求めよ。ただし、密度は 1000 kg/m^3 とする。

略解

断面積が等しいことより、 $q_1 = q_2 \equiv q$

流量、断面積および流速との関係より

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{0.01 \text{ m}^3/\text{s}}{3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2} = 0.318 \text{ m/s}$$

式 5 - 5 0 ~ 式 5 - 5 3 より

$$u_1 = 0.318 \text{ m/s}、u_2 = 0.159 \text{ m/s}、v_1 = 0、v_2 = 0.275 \text{ m/s}$$

式 5 - 5 8 および式 5 - 5 9 より

$$\begin{aligned} f_x &= p_1 A_1 \cos \theta_1 - p_2 A_2 \cos \theta_2 - m(u_2 - u_1) \\ &= 5.0 \times 10^3 \text{ Pa} \times 3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \times (1 - 0.5) - 10^3 \text{ kg/m}^3 \times 0.01 \text{ m}^3/\text{s} \times (0.28 - 0.318) \\ &= 80 \text{ N} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_y &= p_1 A_1 \sin \theta_1 - p_2 A_2 \sin \theta_2 - m(v_2 - v_1) \\ &= -5.0 \times 10^3 \text{ Pa} \times 3.14 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \times 0.87 - 10^3 \text{ kg/m}^3 \times 0.01 \text{ m}^3/\text{s} \times (0.28 - 0) \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$= -139 \text{ N} \quad (\text{答})$$

式 5 - 6 0、式 5 - 6 1 より

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = 16 \text{ C}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{f_y}{f_x} = -60.1^\circ \quad (\text{答})$$

問題 6 図 5-17 で示される曲板において、流れている流体の密度が 2 倍になった場合、その曲板にかかる x 方向の力 f_x は何倍になるか。

解答 式 5-66 より

$$f_x = mu(1 - \cos \theta) = \rho Qu (1 - \cos \theta)$$

ここで、密度が 2 倍になったときの曲板にかかる力を f_x^* とすると、この f_x^* は以下の式で表すことができる。

$$f_x^* = 2\rho Qu (1 - \cos \theta) = 2f_x$$

よって、2 倍となる。

問題 7 図 5-17 に示した曲板において、質量流量が 10 kg/s であるとき、この曲板にかかる x 方向の力 f_x および y 方向の力 f_y を求めよ。ただし、流体は水とし、噴出する水の速度は 15 m/s 、角度は 30° とする。

解答

式 5-66、式 5-67 より

$$f_x = mu(1 - \cos \theta) = 10 \text{ kg/s} \times 15 \text{ m/s} \times (1 - 0.87) = 19.5 \text{ N} \quad (\text{答})$$

$$f_y = -mu \sin \theta = -10 \text{ kg/s} \times 15 \text{ m/s} \times 0.5 = -75 \text{ N} \quad (\text{答})$$

問題 8 問 7 において、角度が 90° であった場合、曲板にかかる x 方向の力 f_x および y 方向の力 f_y を求めよ。

解答

式 5-66、式 5-67 より

$$f_x = mu(1 - \cos \theta) = mu = 10 \text{ kg/s} \times 15 \text{ m/s} = 150 \text{ N} \quad (\text{答})$$

$$f_y = -mu \sin \theta = -10 \text{ kg/s} \times 15 \text{ m/s} \times 1.0 = -150 \text{ N} \quad (\text{答})$$

問題 9 問 7 において、角度が 180° となった場合、この曲板にかかる x 方向の力 f_x および y 方向の力 f_y を求めよ。

解答

式 5-66、式 5-67 より

$$f_x = mu(1 - \cos \theta) = 10 \cdot 15 \{1 - (-1)\} = 300 \text{ N}$$

$$f_y = -mu \sin \theta = 0 \text{ N}$$

問題 10 問 7 において、曲板が速度 $U=8.0 \text{ m/s}$ で動いているとき、この曲板にかかる x 方向の力 f_x および y 方向の力 f_y を求めよ。ただし、ノズルの直径を $4.0 \times 10^{-2} \text{ m}$ 、流体の密度を 1000 kg/m^3 とする。

略解

ノズルの断面積 A を求めると $A=(\pi/4) \times (4 \times 10^{-2})^2=1.26 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
よって、式 5-70 および式 5-71 より

$$\begin{aligned} f_x &= \rho A (u-U)^2 (1-\cos \theta) = 10^3 \text{ kg/m}^3 \times 1.26 \times 10^{-3} \cdot (15-8)^2 \cdot (1-0.87) \\ &= 8.03 \text{ N} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_y &= -\rho A (u-U)^2 \sin \theta = -10^3 \text{ kg/m}^3 \times 1.26 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \times (15-8)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 \times 0.5 \\ &= -30.9 \text{ N} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

5 章 演習問題

1. 質量 2000 kg の自動車は速度 60 km/h で水平な道路を走行している。この自動車が 5 秒間で止まるためには、この間に自動車に与える力 F を求めよ。

$$\text{略解} \quad 60 \text{ km/h} = \frac{60 \cdot 10^3}{3600} = 16.7 \text{ m/s}$$

$$\text{式 5-2 より、} \quad F = \frac{200(0-16.7)}{5.0} = -6.68 \text{ kN} \quad (\text{答})$$

2. 図 5-1 において、外部から流体に加えられた力 F とその方向を求めよ。なお、流量 Q は $10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ 、流体の比重は 1.0 、断面 AB の面積 $A_1=7.86 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ 、 $A_2=3.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ とする。

$$\text{略解} \quad Q = A_1 \cdot u_1 \text{ より} \quad u_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{10^{-3}}{7.86 \times 10^{-3}} = 0.127 \text{ m/s}$$

連続の式 $A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2$ より

$$u_2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot u_1 = \frac{7.86 \times 10^{-3}}{3.14 \times 10^{-4}} \cdot 0.127 = 3.18 \text{ m/s}$$

式 5-14 より、

$$F = \rho Q (u_2 - u_1) = 1000 \cdot 10^{-3} (3.18 - 0.127) = 3.05 \text{ N} \quad (\text{答})$$

図 5-1 の右方向

3. 図 5-2 に示した狭まり管内を比重 1.2 の液体が流れている。 $A_1=0.196 \text{ m}^2$ 、 $A_2=4.9 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ 、 $u_1=0.50 \text{ m/s}$ 、 $u_2=2.0 \text{ m/s}$ 、 $p_2=2.0 \text{ kPa}$ であるとき、以下の間に答えよ。

(1) 断面 1 の圧力 p_1 を求めよ。

(2) 質量流量 m を求めよ。

(3) 液体がこの狭まり管におよぼす力 f を求めよ。また、その方向はどちらか。

略解

(1) ベルヌーイの式 $\frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{u_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}$ より

$$p_1 = \frac{\rho}{2}(u_2^2 - u_1^2) + p_2 = \frac{1200}{2}(2^2 - 0.5^2) + 2 \times 10^3 = 4.25 \times 10^3 \text{ Pa} = 4.25 \text{ kPa}$$

(答)

(2) $Q = A_1 u_1 = A_2 u_2$ より $Q = 9.8 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$, $m = \rho Q$ より $m = 1.18 \times 10^2 \text{ kg/s}$ (答)

(3) 式 5-16 より

$$f = 0.196 \cdot 4.25 \times 10^3 - 4.9 \times 10^{-2} \cdot 2 \times 10^3 - 1.18 \times 10^2 (2 - 0.5) = 5.58 \times 10^2 \text{ N}$$

(答)

図の右方向

4. 図 5-4 に示した平板に作用する力 f が最大となるときの平板の角度 θ を求めよ。

略解 式 5-23 より、平板に作用する力 f は以下のように表すことができる。

$$f = mu \sin \theta$$

ここで、平板に作用する力 f が最大となるときの平板の角度 θ は 90° である。(答)

5. 図 5-3 に示した平板に 50 N の力 f が作用している。このとき、ノズルから流出する流体の速度 u を求めよ。なお、流体の密度は 1100 kg/m^3 、ノズルの内径は 50 mm とする。

略解 式 5-19 より、 $f = mu = \rho Qu = \rho Au^2$ 。

よって、

$$u = \sqrt{\frac{f}{\rho A}} = \sqrt{\frac{50}{1100 \cdot 0.025^2 \pi}} = 4.81 \text{ m/s}$$

6. 図 5-9 に示したジェット推進により駆動される容器に働く力の大きさを 150 N としたい。このとき、容器の水（比重 1）の水深 h をどのような値にするべきか求めよ。ただし、ノズルの内径を 80 mm とする。

略解 式 5-36 より、 $f = -2\rho ghA$ である。よって、 f の方向は左方向で

あるから $f = -150\text{N}$ を代入して,

$$h = -\frac{f}{2\rho gA} = -\frac{-150}{2 \cdot 10^3 \cdot 9.8 \cdot 0.04^2 \pi} = 1.52\text{m}$$

7. 図5-20に示した直角に曲がる管路を流体が質量流量 m で流れている。この時、断面1から2の間の流体から管が受ける x 方向の力 f_x , y 方向の力 f_y をそれぞれ求めよ。ただし、断面1, 2の流速をそれぞれ u_1 , v_2 、圧力をそれぞれ p_1 , p_2 、管路の断面積をそれぞれ A_1 , A_2 とする。なお、この管は水平面内に設置されており、流体は理想流体とする。

略解 式5-58、5-59より

$$f_x = m \cdot u_1 + p_1 \cdot A_1$$

$$f_y = -m \cdot v_2 - p_2 \cdot A_2$$

(答)

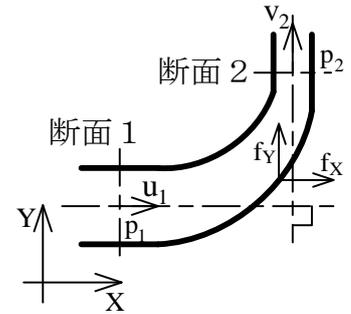


図5-20
90°の曲管

8. 図5-21のように管出口の流出角が 30° の曲管内を液体(比重0.85)が流れている。このとき、以下の間に答えよ。ただし、流量を $2.0 \times 10^{-2} \text{m}^3/\text{s}$ 、断面1における流体の速度 q_1 を 2.0m/s 、断面2における流体の速度 q_2 を 4.0m/s 、断面1での圧力を 7.0kPa とする。なお、この管は水平面内に設置されており、流体は理想流体とする。

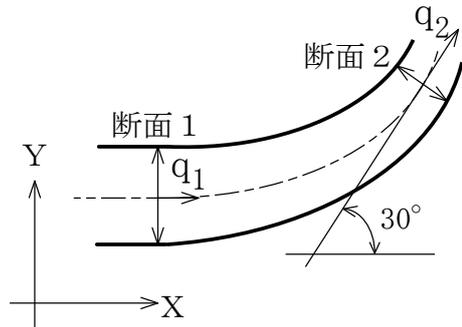


図5-21
曲管が受ける力

(1)断面2の圧力 p_2 を求めよ。

(2)この曲管にかかる x 方向の力 f_x を求めよ。

(3)この曲管にかかる y 方向の f_y を求めよ。

(4)曲管にかかる力の合力の大きさ f とその方向 α を求めよ。

解答

(1)ベルヌーイの式 $\frac{q_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{q_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}$ より

$$p_2 = \frac{\rho}{2}(q_1^2 - q_2^2) + p_1 = \frac{850}{2}(2^2 - 4^2) + 7 \times 10^3 = 1900 \text{Pa} = 1.9 \text{kPa}$$

(2) $Q = Aq$ より

$$A_1 = \frac{2 \times 10^{-2}}{2} = 10^{-2} \text{m}^2 \quad A_2 = \frac{2 \times 10^{-2}}{4} = 0.5 \times 10^{-2} \text{m}^2$$

式 5 - 5 8 より

$$\begin{aligned} f_x &= P_1 A_1 \cos \theta_1 - P_2 A_2 \cos \theta_2 - m (u_2 - u_1) \\ &= 7 \times 10^3 \cdot 10^{-2} - 1.9 \times 10^3 \cdot 0.5 \times 10^{-2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 850 \cdot 2 \times 10^{-2} \left(4 \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \right) = 36.9 \text{ N} \end{aligned}$$

(3) 式 5 - 5 9 より

$$\begin{aligned} f_y &= P_1 A_1 \sin \theta_1 - P_2 A_2 \sin \theta_2 - m (v_2 - v_1) \\ &= -1.9 \times 10^3 \cdot 0.5 \times 10^{-2} \cdot \frac{1}{2} - 850 \cdot 2 \times 10^{-2} \left(4 \frac{1}{2} - 0 \right) = -38.8 \text{ N} \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned} f &= \sqrt{36.9^2 + (-38.8)^2} = 53.5 \text{ N} \\ \alpha &= \tan^{-1} \frac{-38.8}{36.9} = -46.4^\circ \end{aligned}$$

9. 図 5 - 17 に示した曲板において、流量が $2.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ であるとき、この曲板にかかる x 方向の力 f_x および y 方向の力 f_y を求めよ。また、この曲板にかかる力の合力の大きさ f とその方向 α を求めよ。ただし、流体の比重は 1.1、噴出する水の速度は 20 m/s 、角度は 45° とする。

略解

式 5 - 6 6、式 5 - 6 7 より

$$f_x = mu (1 - \cos \theta) = 1.1 \times 10^3 \cdot 2.0 \times 10^{-3} \cdot 20 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 12.9 \text{ N}$$

$$f_y = -mu \sin \theta = -1.1 \times 10^3 \cdot 2.0 \times 10^{-3} \cdot 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -31.1 \text{ N}$$

$$f = \sqrt{12.9^2 + (-31.1)^2} = 33.7 \text{ N}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{-31.1}{12.9} = -67.5^\circ$$

10. 図 5 - 18 に示した曲板において、ノズルから噴出する水の質量流量が 5.0 kg/s 、この曲板にかかる x 方向の力 f_x が 2.0 N であるとき、この曲板が動いている速度 U を求めよ。ただし、噴出する水の速度は 5.0 m/s 、角度は 45° とする。

略解

$$m = \rho Q = \rho Au, \text{ 式 5 - 7 0 } f_x = \rho A (u - U)^2 (1 - \cos \theta) \text{ より}$$

$$(u-U)^2 = \frac{f_x}{\rho A (1-\cos\theta)} = \frac{f_x}{\rho \frac{m}{\rho u} (1-\cos\theta)} = \frac{f_x \cdot u}{m (1-\cos\theta)} = \frac{2.5}{5 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = 6.83$$

$$U = 2.39 \text{ m/s}$$

5章 ワークシート問題

1. 図5-1において、断面A-Bの内径が200mm、断面C-Dの内径が100mmであるとき、外部から流体に加えられた力Fを求めよ。また、その方向はどちらの方向か。なお、流量Qは120L/min、流体の比重は1.0とする。

答え

$$Q = 120\text{L}/\text{min} = \frac{120 \cdot 10^{-3}}{60} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = A_1 \cdot u_1 \text{ より, } u_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{2.0 \times 10^{-3}}{0.1^2 \pi} = 6.37 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

連続の式 $A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2$ より

$$u_2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot u_1 = \frac{0.1^2 \pi}{0.05^2 \pi} 6.37 \times 10^{-2} = 2^2 \cdot 6.37 \times 10^{-2} = 0.255 \text{ m/s}$$

式5-14より、

$$F = \rho Q(u_2 - u_1) = 1000 \cdot 2.0 \times 10^{-3} (0.255 - 6.37 \times 10^{-2}) = 0.383 \text{ N}$$

図の右方向

2. 図1に示すように狭まり管内を水が流れている。 $d_1=120\text{mm}$ 、 $d_2=80\text{mm}$ 、 $u_2=8.0\text{m/s}$ 、 $p_1=50\text{kPa}$ 、密度 $\rho=1000\text{kg/m}^3$ であるとき、以下の間に答えよ。

(1)断面1の流速 u_1 を求めよ。

(2)断面2の圧力 p_2 を求めよ。

(3)質量流量 m を求めよ。

(4)水がこの狭まり管におよぼす力 f を求めよ。また、その方向はどちらの方向か。

略解

(1)連続の式 $A_1 u_1 = A_2 u_2$ より

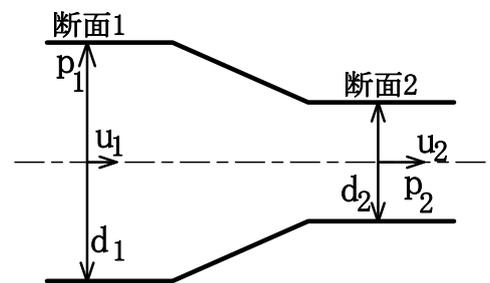


図1 狭まり管

$$u_1 = \frac{A_2}{A_1} u_2 = \frac{(40 \times 10^{-3})^2 \pi}{(60 \times 10^{-3})^2 \pi} 8.0 \text{ m/s} = 3.6 \text{ m/s}$$

(答)

(2) ベルヌーイの式 $\frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{u_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}$ より

$$\begin{aligned} p_2 &= \frac{\rho}{2}(u_1^2 - u_2^2) + p_1 \\ &= \frac{1000 \text{ kg/m}^3}{2}(3.6^2 - 8.0^2) + 5 \times 10^4 \text{ Pa} \\ &= 2.45 \times 10^4 \text{ Pa} = 25 \text{ kPa} \end{aligned}$$

(答)

(3) $m = \rho Q = \rho A_2 v_2 = 1000 \text{ kg/m}^3 \times (40 \times 10^{-3})^2 \pi \text{ m}^2 \times 8.0 \text{ m/s} = 40 \text{ kg/s}$ (答)

(4) 式 5 - 1 6 より

$$f = (60 \times 10^{-3})^2 \pi \cdot 50 \times 10^3 - (40 \times 10^{-3})^2 \pi \cdot 25 \times 10^3 \text{ Pa} - 40 \text{ kg/s} \times (8.0 - 3.6) = 264 \text{ N}$$

図の右方向 (答)

3. 図 2 に示したように、円管の出口に取り付けられたノズルから、比重 0.9 の液体が、大気中に噴出している。以下の問いに答えよ。ただし、円管の内径は 0.20m、ノズル上流部の圧力 p_1 は 1.0kPa、 $u_1=0.50\text{m/s}$ とする。
- (1) 大気中に噴出している流体の速度 u_2 を求めよ。
- (2) 質量流量 m を求めよ。
- (3) ノズルにかかる力 f_x とその方向を求めよ。

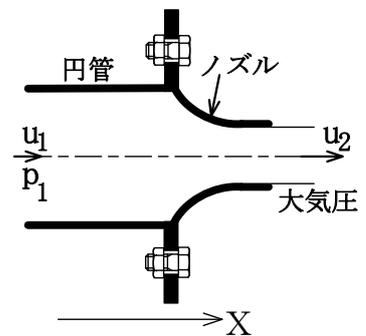


図 2 ノズル

解答

(1) ベルヌーイの式 $\frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{u_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}$ より

$$\begin{aligned} u_2^2 &= u_1^2 + \frac{2p_1}{\rho} = 0.5^2 + \frac{2 \cdot 1000}{900} = 2.47 \\ u_2 &= 1.57 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(2) $m = \rho Q$ より $m = 900 \cdot 0.2^2 \pi \cdot 0.5 = 14.$

(3) 式 5 - 1 6 より

$$f_x = 0.1^2 \pi \cdot 10^3 - 14.1(1.57 - 0.5) = 16.3 \text{ N}$$

x 軸に対して正方向

4. 図3に示したように、水平面内の固体壁にばねを介した平板が取り付けられ、そこにノズルからの水の噴流が衝突しノズルからの流速 v と同じ流速で流出している。このとき以下の間に答えよ。なお、ノズルからの噴流の直径は 400mm とする。

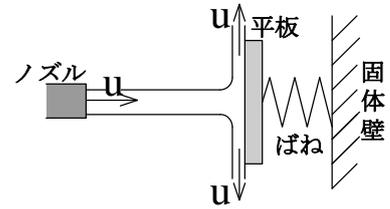


図3 ばねを取り付けられた平板に衝突する噴流

(1) 噴流の流速 u が 5.0m/s のとき、質量流量 m を求めよ。

(2) 噴流の流速 u が 5.0m/s のとき、平板にかかる力 f を求めよ。

(3) 問(2)で求めた力を平板が受けている場合、ばねのたわみ x を求めよ。ただし、ばね定数は $8.0 \times 10^4 \text{N/m}$ とする。

(4) ばねのたわみが $5.0 \times 10^{-2} \text{m}$ となっている。このときの噴流の流速を求めよ。ただし、ばね定数は $8.0 \times 10^4 \text{N/m}$ とする。

略解

(1) $m = 1000 \text{kg/s} \cdot 0.2^2 \pi \text{m}^2 \cdot 5 \text{m/s} = 628 \text{kg/s}$ (答)

(2) 式5-19より $f = 628 \text{kg/s} \cdot 5 \text{m/s} = 3.14 \times 10^3 \text{N}$ (答)

(3) $x = \frac{f}{k} = \frac{3.14 \times 10^3 \text{N}}{8 \times 10^4 \text{N/m}} = 3.9 \times 10^{-2} \text{m}$ (答)

(4) $f = kx$, $m = \rho Au$, 式5-19より

$$kx = \rho Au^2$$

$$u = \sqrt{\frac{kx}{\rho A}} = \sqrt{\frac{8 \times 10^4 \text{N/m} \times 5 \times 10^{-2} \text{m}}{1000 \text{kg/m}^3 \times 0.2^2 \pi \text{m}^2}} = 5.6 \text{m/s}$$

(答)

5. 図4のように、直径 150mm 、流速 15m/s のノズルからの噴流が鉛直上方に噴出して質量 M の円錐状の物体に衝突して、その物体を一定の位置に保っている。このとき、以下の間に答えよ。ただし、流体の比重は 1.0 とする。また、水に対する重力の影響は無いものとする。

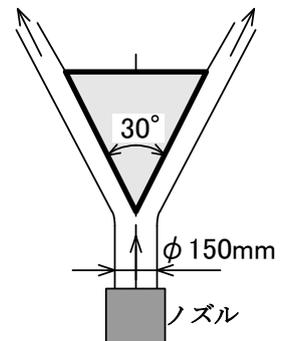


図4 噴流中の円錐状物体

(1) 円錐に衝突する前の噴流の流量 Q および質量流量 m を求めよ。

(2) 噴流が円錐に及ぼす力 F を求めよ。

(3) 円錐の質量 M を求めよ。

略解

(1)

$$Q = \left(\frac{150 \times 10^{-3}}{2} \right)^2 \cdot \pi \cdot 15 = 0.265 \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{答})$$

$$m = \rho Q = 1000 \cdot 0.265 = 265 \text{ kg/s}$$

(2)

噴流が物体におよぼす力を f 、噴流の流速を v 、上方向を正とし、式 5-66 の x 方向を上方向に考えて運動量理論を適用すると

$$F = mu(1 - \cos \theta) = 265 \text{ kg/s} \times 15 \text{ m/s} \times (1 - \cos 15^\circ) = 135.4 \text{ N} \quad (\text{答})$$

(3) 円錐の重さと噴流が円錐に及ぼす力が等しいので、

$$Mg = f$$

$$M = \frac{F}{g} = \frac{135.4}{9.8} = 13.8 \text{ kg}$$

6. 図 5-9 に示したジェット推進により駆動される容器がある。この容器に作用する力の大きさが 60.0 N のとき、この容器は動き出した。このとき、この容器中の液体（比重 1.0）の深さ h とノズルから流出する流体の速度 u および流量 Q を求めよ。なお、ノズルの内径は 50.0 mm とする。

略解 式 5-36、 $f = -2\rho ghA$ より

$$h = -\frac{f}{2\rho gA} = -\frac{-60}{2 \cdot 1000 \cdot 9.8 \cdot (25 \times 10^{-3})^2 \pi} = 1.56 \text{ m}$$

式 5-34 より

$$u = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 1.56} = 5.53 \text{ m/s}$$

$$Q = Au = (25 \times 10^{-3})^2 \pi \cdot 5.53 = 1.09 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

7. 図 5 のように管出口の流出角が 45° の水平面に設置された曲管内を水が流れている。この時、以下の問に答えよ。ただし、断面 1 での流速 q_1 を 1.0 m/s 、断面 2 での流速 q_2 を 3.2 m/s 、断面 1 における管内径を 400 mm 、断面 2 での圧力を 10 kPa とする。ただし、水の密度 ρ は 1000 kg/m^3 とする。

(1) 断面 1 の圧力 p_1 を求めよ。

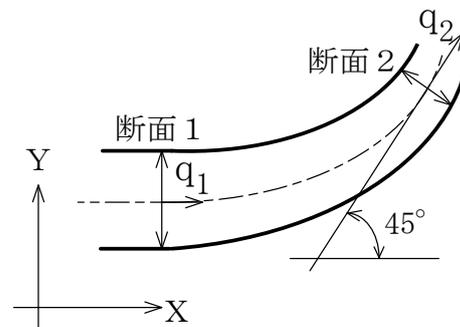


図 5 曲管が受ける力

- (2) 質量流量 m を求めよ。
 (3) この曲管にかかる x 方向の力 f_x を求めよ。
 (4) この曲管にかかる y 方向の f_y を求めよ。
 (5) 曲管にかかる力の合力の大きさ f とその方向 α を求めよ。

略解

(1) ベルヌーイの式 $\frac{q_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{q_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}$ より

$$p_1 = \frac{\rho}{2}(q_2^2 - q_1^2) + p_2 = \frac{1000\text{kg/m}^3}{2}(3.2^2 - 1^2) + 10 \times 10^3$$

$$= 14620\text{Pa} = 14.6\text{kPa}$$

(2) $m = \rho Q = 1000\text{kg/m}^3 \times 1.0\text{m/s} \times 0.2^2\pi\text{m}^2 = 126\text{kg/s}$ (答)

(3) 連続の式 $A_1 q_1 = A_2 q_2$ より

$$A_2 = A_1 \frac{q_1}{q_2} = 0.2^2\pi \times \frac{1}{3.2} = 3.9 \times 10^{-2}\text{m}^2$$

式 5-58 より

$$f_x = p_1 A_1 \cos \theta_1 - p_2 A_2 \cos \theta_2 - m(u_2 - u_1)$$

$$= 14.6 \times 10^3 \text{Pa} \times 12.6 \times 10^{-2} \text{m}^2$$

$$- 10 \times 10^3 \text{Pa} \times 3.9 \times 10^{-2} \text{m}^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$- 126 \left(3.2 \frac{\sqrt{2}}{2} - 1.0 \right) = 1405 \text{N} = 1.4 \text{kN}$$

(答)

(4) 式 5-59 より

$$f_y = p_1 A_1 \sin \theta_1 - p_2 A_2 \sin \theta_2 - m(v_2 - v_1)$$

$$= -10 \times 10^3 \text{Pa} \times 3.9 \times 10^{-2} \text{m}^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 126 \left(3.2 \frac{\sqrt{2}}{2} - 0 \right) = -560 \text{N}$$

(答)

(5)

$$f = \sqrt{1405^2 + (-560)^2} = 1512 \text{N}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{-560}{1405} = -21.7^\circ$$

(答)

8. 図6のようなU字部の物体を取り付けた台車にノズルからの水(密度 $\rho = 1000\text{kg/m}^3$)の噴流があたり 180° 噴流の方向が曲げられている。

このとき以下の間に答えよ。なお、ノズルからの噴流の直径は 0.20m とし、水に対する重力の影響は無いものとする。

(1) 噴流の流速 u が 0.50m/s のとき、質量流量 m を求めよ。

(2) 噴流の流速 u が 0.50m/s のとき、台車にかかる力 f_x を求めよ。

(3) 台車が動きだす際には 25N の力が必要となる。台車が動き始めるときの噴流の流速 u を求めよ。

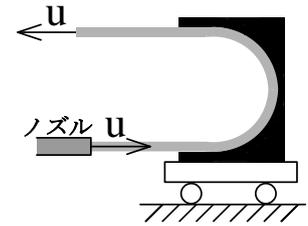


図6 U字物体を取り付けられた台車

略解

(1) $m = 1000\text{kg/m}^3 \cdot 0.1^2 \pi \text{m}^2 \cdot 0.5\text{m/s} = 15.7\text{kg/s}$ (答)

(2) 式 5 - 6 6 より

$$f_x = mu(1 - \cos \theta) = 15.7\text{kg/s} \times 0.5\text{m/s} \times 2 = 15.7\text{N} \quad (\text{答})$$

(3) 式 5 - 6 6 より

$f_x = mu(1 - \cos \theta)$ である。一方、式 5 - 3 5 より $m = \rho Au$ であるから、これ

を式 5 - 6 6 に代入すると、 $f_x = \rho Au^2(1 - \cos \theta)$ となる。

よって、噴流の速度 u は、 $u = \sqrt{\frac{f_x}{\rho A(1 - \cos \theta)}}$ となり、数値を代入すると

$$u = \sqrt{\frac{25\text{N}}{1000\text{kg/m}^3 \times 0.1^2 \pi \text{m}^2 (1 - \cos 180^\circ)}} = 0.63\text{m/s} \quad (\text{答})$$