

## 「電磁気学」第3章の問題解答

### 3-1 ドリル問題

1.

(答) 導体は等電位面となるから、電位は10V

2.

(答) 導体内部の電界は零であるから、電界  $E = 0$  V/m

3.

式(3-4)に代入して、

$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0(2a)^2} = \frac{(1 \times 10^{-3})^2}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times 2^2} = 2.25 \times 10^3 \text{ N}$$

(答) 働く力  $F = 2.2 \times 10^3$  N で、方向は平板へ向かう

4.

孤立した導体球の静電容量の式(3-6)に代入して、

$$C = 4\pi\epsilon_0 a = 4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times 1 = 1.1 \times 10^{-10} \text{ F} = 110 \text{ pF} \quad (\text{答}) 110 \text{ pF}$$

5.

平行板コンデンサの静電容量の式(3-9)に代入して、

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-3}} = 8.9 \times 10^{-11} \text{ F} \quad (\text{答}) 8.9 \times 10^{-11} \text{ F}$$

6.

$$Q = CV = 8.9 \times 10^{-11} \times 100 = 8.9 \times 10^{-9} \text{ C} \quad (\text{答})$$

7.

同心球コンデンサの静電容量の式(3-12)に代入して、

$$C = 4\pi\epsilon_0 \left( \frac{ab}{a-b} \right) = 4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times \left( \frac{0.1 \times 0.11}{0.01} \right) = 1.2 \times 10^{-10} \text{ F}$$

(答)  $1.2 \times 10^{-10}$  F = 120 pF

8.

$$Q = CV = 1.2 \times 10^{-10} \times 100 = 1.2 \times 10^{-8} \text{ C} \quad (\text{答}) \quad 1.2 \times 10^{-8} \text{ C} = 12 \text{ nC}$$

9.

同軸円筒コンデンサの静電容量の式(3-15)に代入して,

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\log b/a} = \frac{2\pi \times 8.854 \times 10^{-12}}{\log 11/10} = 5.8 \times 10^{-10} \text{ F} \quad (\text{答}) \quad 5.8 \times 10^{-10} \text{ F} = 580 \text{ pF}$$

10.

$$Q = CV = 5.8 \times 10^{-10} \times 100 = 5.8 \times 10^{-8} \text{ C} \quad (\text{答}) \quad 5.8 \times 10^{-8} \text{ C} = 58 \text{ nC}$$

### 3-2 ドリル問題

1.

$$\epsilon_r = C/C_0 = 5 \quad (\text{答}) \quad \text{比誘電率 } \epsilon_r = 5$$

2.

$$(\text{答}) \quad 4 \times 10^{-4} \text{ C}$$

3.

$$(\text{答}) \quad 25 \text{ V}$$

4.

$$(\text{答}) \quad E = 0 \text{ V/m}$$

5.

(答)  $E \neq 0$  であるから, 電界は有限で存在する。

6.

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 1}{0.5 \times 10^{-3}} = 1.8 \times 10^{-8} \text{ F}$$

$$C = \epsilon_r C_0 = 4 \times 1.77 \times 10^{-8} = 7.1 \times 10^{-8} \text{ F}$$

(答) 真空の場合  $C = 1.8 \times 10^{-8} \text{ F}$ , 誘電体の場合  $C = 7.1 \times 10^{-8} \text{ F}$

7.

$$\text{真空: } Q_0 = C_0 V = 1.8 \times 10^{-8} \times 1 \times 10^3 = 1.8 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$\text{誘電体: } Q_0 = C_0 V = 7.1 \times 10^{-8} \times 1 \times 10^3 = 7.1 \times 10^{-5} \text{ C}$$

(答) 真空コンデンサでは  $Q = 1.8 \times 10^{-5} \text{ C}$ , 誘電体コンデンサでは  $Q = 7.1 \times 10^{-5} \text{ C}$

8.

$$\text{真空: } V = \frac{Q}{C} = \frac{1 \times 10^{-6}}{1.8 \times 10^{-8}} = 56 \text{ V}$$

$$\text{誘電体: } V = \frac{Q}{C} = \frac{1 \times 10^{-6}}{7.1 \times 10^{-8}} = 14 \text{ V}$$

(答) 真空コンデンサでは  $V = 56 \text{ V}$ , 誘電体コンデンサでは  $V = 14 \text{ V}$

9.

$$\text{(答) } D_{1n} = D_{2n}$$

10.

$$\text{(答) } E_{1t} = E_{2t}$$

### 3-3 ドリル問題

1.

$$C = C_1 + C_2 = 5 \mu\text{F} \quad \text{(答)}$$

2.

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2 \times 3}{2 + 3} = 1.2 \mu\text{F} \quad \text{(答)}$$

3.

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2 \times 3}{2 + 3} = 1.2 \mu\text{F} \quad C_{34} = \frac{4 \times 6}{4 + 6} = 2.4 \mu\text{F}$$

$$C = C_{12} + C_{34} = 1.2 + 2.4 = 3.6 \mu\text{F} \quad \text{(答)}$$

4.

$$C = \frac{C_{13} C_{24}}{C_{13} + C_{24}} = \frac{6 \times 9}{6 + 9} = 3.6 \mu\text{F} \quad \text{(答)}$$

5.

$$Q_1 = C_1 V = 2 \times 10^{-6} \times 1000 = 2 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$Q_2 = C_2 V = 3 \times 10^{-6} \times 1000 = 3 \times 10^{-3} \text{ C}$$

(答)  $Q_1 = 2 \times 10^{-3} \text{ C}$ ,  $Q_2 = 3 \times 10^{-3} \text{ C}$

6.

$$Q = C_1 V_1 = C_2 V_2, \quad V_1 + V_2 = 1000 \text{ より}$$

$$V_1 + \frac{C_1}{C_2} V_1 = \frac{5}{3} V_1 = 1000$$

(答)  $V_1 = 600 \text{ V}$ ,  $V_2 = 400 \text{ V}$

7.

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 5 \times 100 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-3}} = 0.44 \text{ nF} \quad (\text{答})$$

8.

$$\text{空气中: } C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 50 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-3}}$$

$$\text{誘電体: } C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 5 \times 50 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-3}}$$

$$C = C_1 + C_2 = 2.7 \times 10^{-10} \text{ F} = 0.27 \text{ nF} \quad (\text{答})$$

9.

$$C = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4}}{0.8 \times 10^{-3}} = 110 \text{ pF} \quad (\text{答})$$

10.

$$\text{空气中: } C_1 = 0.11 \text{ pF}$$

$$\text{誘電体: } C_2 = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 5 \times 100 \times 10^{-4}}{0.2 \times 10^{-3}} = 2.2 \text{ pF}$$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2.2 \times 0.11}{2.31} = 100 \text{ pF} \quad (\text{答})$$

### 3-4 ドリル問題

1.

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-6} \times (1000)^2 = 0.5 \text{ J} \quad (\text{答})$$

2.

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-6} \times (10^4)^2 = 5 \times 10^3 \text{ J} \quad (\text{答})$$

3.

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(0.01)^2}{2 \times 1 \times 10^{-6}} = 50 \text{ J} \quad (\text{答})$$

4.

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(0.1)^2}{2 \times 1 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^3 \text{ J} = 5 \text{ kJ} \quad (\text{答})$$

5.

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \text{ より } V = \left( \frac{2U}{C} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000}{20 \times 10^{-6}}} = 10^4 \text{ V} = 10 \text{ kV} \quad (\text{答})$$

6.

$$V = \sqrt{\frac{2U}{C}} = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 10^3}{100 \times 10^6}} = 4.5 \times 10^4 \text{ V} = 45 \text{ kV} \quad (\text{答})$$

7.

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-3}} = 8.9 \times 10^{-11} \text{ F}$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 8.85 \times 10^{-11} \times (1000)^2 = 4.4 \times 10^{-5} \text{ J}$$

$$u = \frac{U}{Sd} = 4.4 \text{ J/m}^3$$

(答) コンデンサの静電エネルギーは  $4.4 \times 10^{-5} \text{ J}$  で、静電エネルギー密度は  $4.4 \text{ J/m}^3$

8.

式 3-67 より,

$$F = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 S = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S} = \frac{C^2 V^2}{2\varepsilon_0 S} = \frac{\varepsilon_0 S V^2}{2d^2} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4} \times 1000^2}{2 \times 10^{-6}} = 4.4 \times 10^{-2} \text{ N}$$

(答) 導体板全体に働く静電力は  $4.4 \times 10^{-2} \text{ N}$  で、方向は導体板が引き合う方向。

削除: 65

9.

式 3-67 より,

$$F = \frac{\varepsilon S V^2}{2d^2} = 2.2 \times 10^{-1} \text{ N}$$

(答) 導体板全体に働く静電力は  $2.2 \times 10^{-1} \text{ N}$  で、方向は導体板が引き合う方向。

削除: 65

10.

式 3-72 より,

$$F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S} = \frac{(100 \times 10^{-9})^2}{2 \times 8.854 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4}} = 5.6 \times 10^{-2} \text{ N}$$

(答) 導体板全体に働く静電力は  $5.6 \times 10^{-2} \text{ N}$  で、方向は導体板が引き合う方向。

削除: 70

### 第3章 演習問題

1.

電荷は導体の表面にのみ存在できるから、導体球の表面に一様に分布する。面電荷密度  $\sigma$  は

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi a^2} = \frac{1 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^2} = 7.96 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$$

電界は式 3-2 から,

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon^2} = \frac{7.96 \times 10^{-7}}{8.854 \times 10^{-12}} = 9.00 \times 10^4 \text{ V/m}$$

(答)  $\sigma = 8.0 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$   $E = 9.0 \times 10^4 \text{ V/m}$

2.

平行板コンデンサの静電容量の式(3-9)から、静電容量  $C$  は

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 500 \times 10^{-4}}{0.5 \times 10^{-3}} = 8.85 \times 10^{-10} \text{ F}$$

電界は

$$E = \frac{V}{d} = \frac{1000}{0.5 \times 10^{-3}} = 2.00 \times 10^6 \text{ V/m}$$

電荷は

$$Q = CV = 8.85 \times 10^{-12} \times 1000 = 8.85 \times 10^{-7} \text{ C}$$

(答) 静電容量は  $C = 8.9 \times 10^{-10} \text{ F}$  電界は  $E = 2.0 \times 10^6 \text{ V/m}$ , 電荷は  $Q = 8.9 \times 10^{-7} \text{ C}$

3.

平行板コンデンサの静電容量の式(3-9)から, 導体板の面積は  $S = 1.13 \text{ m}^2$  である。

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \text{ より, } S = \frac{cd}{\epsilon_0} = \frac{100 \times 10^{-9} \times 0.1 \times 10^{-3}}{8.854 \times 10^{-12}} = 1.13 \text{ m}^2$$

また, 電圧と電荷の関係式から,

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{10^{-4}}{100 \times 10^{-9}} = 10^3 \text{ V}$$

$$E = \frac{V}{d} = \frac{10^3}{0.1 \times 10^{-3}} = 10^7 \text{ V/m}$$

(答) 電位差は  $V = 1 \text{ kV}$ , 電界は  $E = 10^7 \text{ V/m}$

4.

$$\sigma_0 = \frac{Q}{S} = 1 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} = \frac{1 \times 10^{-9}}{8.854 \times 10^{-12}} = 1.13 \times 10^2 \text{ V/m}$$

$$E = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{1 \times 10^{-9}}{8.854 \times 10^{-12} \times 4} = 28.2 \text{ V/m}$$

(答) 真電荷密度は  $\sigma_0 = 1 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$ , 真空の場合の電界は  $E_0 = 1.1 \times 10^2 \text{ V/m}$ ,  
誘電体の場合の電界は  $E = 28 \text{ V/m}$

5.

$$\sigma_0 = \frac{Q}{S} = \frac{1 \times 10^{-9}}{1} = 1 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

$$\epsilon_r = \frac{\sigma_0}{\sigma_0 - \sigma_p} \text{ より } \sigma_p = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \sigma_0 = \frac{3}{4} \times 10^{-9} = 7.5 \times 10^{-10} \text{ C/m}^2$$

$$\sigma_0 - \sigma_p = 1 \times 10^{-9} - 7.5 \times 10^{-10} = 2.5 \times 10^{-10} \text{ C/m}^2$$

(答) 分極電荷密度  $\sigma_p = 7.5 \times 10^{-10} \text{ C/m}^2$ , 自由電荷密度  $\sigma_0 - \sigma_p = 2.5 \times 10^{-10} \text{ C/m}^2$

6.

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E \text{ より, } E_{At} = \frac{D_{At}}{\varepsilon_0 \varepsilon_{rA}} \text{ また, } E_{At} = E_{Bt} \text{ より}$$

$$D_{Bt} = \varepsilon_0 \varepsilon_{rB} \frac{D_{At}}{\varepsilon_0 \varepsilon_{rA}} = \frac{\varepsilon_{rB}}{\varepsilon_{rA}} D_{At} = \frac{5}{3} \times 10^{-9} = 1.7 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

$$(\text{答}) \quad D_B = D_A \times \varepsilon_B / \varepsilon_A = 1.7 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

7.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12} \quad C = \frac{12}{13} = 0.92 \mu\text{F}$$

$$Q = CV = 0.92 \times 10^{-6} \times 1000 = 0.92 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$Q = C_1 V_1 = C_2 V_2 = C_3 V_3 \text{ より,}$$

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{6}{13} \times 10^3 = 462 \text{ V} \quad V_2 = \frac{4}{13} \times 10^3 = 308 \text{ V} \quad V_3 = \frac{3}{13} = 231 \text{ V}$$

(答) 合成静電容量は  $C = 0.92 \mu\text{F}$ , 全体の電荷は  $Q = 0.92 \times 10^{-3} \text{ C}$ ,  
それぞれが分担する電位差は  $V_1 = 462 \text{ V}$ ,  $V_2 = 308 \text{ V}$ ,  $V_3 = 231 \text{ V}$

8.

挿入した導体の電界は零であるから,

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4}}{0.5 \times 10^{-3}} = 1.77 \times 10^{-10} \text{ F} = 177 \text{ pF}$$

$$Q = CV = 1.77 \times 10^{-10} \times 1000 = 1.77 \times 10^{-7} \text{ C}$$

(答) 静電容量は  $C = 177 \text{ pF}$ , 電荷は  $Q = 177 \text{ nC}$

9.

$$Q = CV = 1 \times 10^{-6} \times 1000 = 1 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-6} \times 1000^2 = 0.5 \text{ J}$$

(答) 電荷は  $Q = 1 \text{ mC}$ , 静電エネルギーは  $U = 0.5 \text{ J}$

10.

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 5}{0.1 \times 10^{-3}} = 4.43 \times 10^{-7} \text{ F}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 4.43 \times 10^{-7} \times (10 \times 10^3)^2 = 22.1 \text{ J}$$

$$u = \frac{U}{Sd} = \frac{22.1}{5 \times 0.1 \times 10^{-3}} = 44.3 \times 10^3 = 4.43 \times 10^4 \text{ J/m}^3$$

$$f = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{\epsilon_0 V^2}{2d^2} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times (10^4)^2}{2 \times (0.1 \times 10^{-3})^2} = 4.42 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$F = fs = 4.42 \times 10^4 \times 5 = 2.21 \times 10^5 \text{ N}$$

(答) 静電容量は  $C = 4.4 \times 10^{-7} \text{ F}$ , 静電エネルギー  $U = 22 \text{ J}$ ,

静電エネルギー密度  $u = 4.4 \times 10^4 \text{ J/m}^3$ ,

導体板に働く単位面積あたりの力  $f = 4.4 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ , 方向は導体板を引きあう方向,

全体の静電力  $F = 2.2 \times 10^5 \text{ N}$

### 第3章 ワークシート

#### 1. <解答例>

- (1) 電界は零。電界があると電荷が移動することになるが、静電界では電荷が移動できないので、電界は零になっていなければならない。
- (2) 等電位面である。導体全体が同じ電位であるから。
- (3) 導体の表面のみに存在できる。導体内部の電界は零であるから、ガウスの法則より導体内部の電荷も零である。したがって、電荷が存在できるのは表面のみである。
- (4) 電界の方向は導体表面に垂直である。導体の表面は等電位面であるから、電界は電位の変化の最も大きくなる方となる。電界の大きさは  $E = \sigma/\epsilon_0 \text{ [V/m]}$

#### 2. <解答>

- (1) 比誘電率  $\epsilon_r = 5$     (2)  $5 \times 10^{-4} \text{ C}$     (3)  $200 \text{ V}$

#### 3. <解答>

- (1) 図1の合成容量 (  $8 \mu\text{F}$  )
- (2) 図2の合成容量 (  $1.9 \mu\text{F}$  )
- (3) 図3の合成容量 (  $4 \mu\text{F}$  )
- (4) 図4の合成容量 (  $4 \mu\text{F}$  )
- (5) 図5の合成容量 (  $1.2 \mu\text{F}$  )

#### 4. <解答>

- (1)  $5 \text{ J}$     (2)  $50 \text{ kJ}$     (3)  $20 \text{ kV}$

5. <解答>

(1)  $C = 35 \text{ nF}$     (2)  $Q = 3.5 \times 10^{-5} \text{ C}$     (3)  $V = 28 \text{ kV}$

6. <解答>

- (1) 真電荷密度  $\sigma_0 = 1 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2$   
(2) 分極電荷密度  $\sigma_p = \sigma_0 (1 - 1/\epsilon_r) = 8.0 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$   
(3) 自由電荷密度  $\sigma_0 - \sigma_p = 2.0 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$   
(4) 電束密度  $D = \sigma_0 = 1 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2$ , 電界  $E = D/(\epsilon_r \epsilon_0) = 226 \text{ V/m}$   
(5) 分極  $P = \sigma_p = D(1 - 1/\epsilon_r) = 8.0 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$

7. <解答>

- (1)  $8.9 \times 10^{-10} \text{ F}$ ,  
(2)  $1.3 \times 10^{-9} \text{ F}$ ,  
(3)  $1.1 \text{ nF}$

8. <解答>

- (1)  $35 \text{ nF}$     (2)  $1.8 \text{ J}$     (3)  $1.8 \times 10^3 \text{ J/m}^3$   
(4)  $1.8 \times 10^3 \text{ N/m}^2$ , 導体板を引き合う方向    (5)  $1.8 \times 10^3 \text{ N}$