

大数の法則は，“面倒”を回避してくれる？

東京都板橋区立高島第二中学校 高村真彦

1. はじめに

もうすでにご存じの方も多いと思いますが、平成24年度から実施（一部は平成21年度から実施されています）されることになっている中学校学習指導要領の「第3節数学」「第2 各学年の目標及び内容」の〔第3学年〕「2内容」「D資料の活用」には、

(1) コンピュータを用いたりするなどして、母集団から標本を取り出し、標本の傾向を調べることで、母集団の傾向が読み取れることを理解できるようにする。

ア 標本調査の必要性和意味を理解すること。

イ 簡単な場合について標本調査を行い、母集団の傾向をとらえ説明すること。

と書かれています。したがって、これからは今まで以上に中学校でもコンピュータ(PC)を使ったシミュレーションによる授業が増えると予想できます。確かに“母集団の傾向”を読み取ることだけに重点を置くのであれば、パラメータを変えたり、データをいろいろな角度から観察させながら傾向を調べれば良いのですが、初めて学習する中学生だからこそ是非とも“汗を流させる”ことが必要だと考えます。つまりある程度しっかりと“面倒さ”を伴う作業を体験させ、そこから得られる結果とPCのシミュレーションによって得られる結果を比較しながら、標本調査の妥当性と有用性を生徒たちに実感させることが重要と考えます。

今回紹介する授業実践は、以前中学3年生を対象に理科室で行った選択数学の例です。どこかでご覧になった方がいらっしゃるかも知れませんが、この冊子の読者はほとんどが高校の先生だということなので敢えて載せさせていただくことに

しました。この授業は『110gのお米全部数えるの？うわー大変だ！』で終わらず、『もしも1粒1粒のお米が全部同じ重さならば“重さ”と“個数”は比例関係になっているな…ということは…』という発想(既習)や『もしも米1粒1粒が同じ重さでなかったらどうすればよいのか』(今回のテーマ)とい問題点に気づかせ、その解決策として標本調査があることを知る授業を目指し、

① 1年時に学んだ比例関係を使った方法(“重さ”と“個数”の関係から全部の個数を知る)

② みんなで手分けして全部数える方法(全数調査)

③ 110gのお米からひとつかみ取り出し同数の胡麻を元に戻してよくかき混ぜ、改めてひとつかみ取り出し、胡麻の個数とひとつかみの数の割合から推定する方法(標本調査)

の3つの方法を実際に試み、さらに全数調査の結果と標本調査の結果を比較し、その妥当性と有用性を浮き彫りにしてみました。

2. 授業展開例

先生(以下T)「110gのお米は、何粒あると思いますか？」

生徒(以下S)「え～そんなの分かるわけない！」

「たくさん!」「無理!」

T「それじゃ数えてみましょう!」

S「え～これ全部?面倒だなあ～」

T「みんなの手分けして数えれば不可能ではありませんよ!とはいうものの、これは後に取っておきます。」

T「ところで1年生のときの授業で、たくさんのお米を“重さ”と“個数”から計算で求めたことがありましたが…覚えていますか？」

S「比例関係のところですか…?」

T「そうです!そのときは画鋏1個1個が同じ重

さであるとして計算しましたよね。今度は画紙を米粒に置き換え、すべての米粒が同じ重さであるとするのです。実は理科室に最大 200g、最小 0.1g まで量れる秤があったので、事前に 1 年生の有志に協力してもらい、データをとってもらいました。同じような大きさの米粒を選んで量ったので、なかなか良いデータですよ。」

米粒の数量	50粒	70粒	100粒
重さ (g)	1.0	1.4	2.0
米 1 粒の重さ (g)	0.0 2	0.0 2	0.0 2
平均 (g)	0.0 2		



お米 100 粒で 2.0g

T 「このデータから 110g の米粒の個数が分かりますね。」

S 「 $110 \div 0.02 = 5500$ 粒です。」

S 「 $50 : 1.0 = x : 110$ から $x = 5500$ 粒です。」

T 「そうですね。どちらの計算でも 110g のお米なら 5500 粒あることが分かります。欠けている



米粒もあるはずなので若干違うかも知れませんが・・・という訳でみなさん協力し合って実際に数えてみましょう！」

S 「エッ？本当に全部数えるのですか！」

T 「ここには 14 人いますので、1 人約 400 粒前後数えれば完了です。早く数え終わった人は、他の人の分も手伝ってあげてください。」

S 「欠けている米粒がありますが、どうしますか？」

T 「除外して置いて下さい。そうすると 110g より少なくなってしまうので、その分欠けていない米粒を補充し、絶えずトータルで 110g になるようにしておきます。」

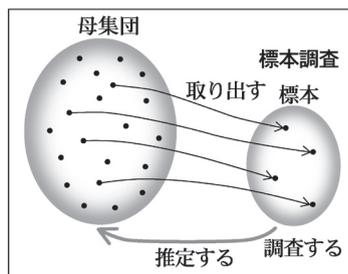
T 「協力し合って完了したとはいえ、全部を数え上げるのは数える側の人数が多ければ良いですが、少なければ確かに時間が掛かり大変ですね。また 1 年生がやってくれた比例の関係を使って“重さ”から“個数”を割り出すこともできますが、1 粒 1 粒が同じ形同じ重さでが条件です。そこでちょっと難しいことばを使うと“統計的に母集団の個数を推定する方法”を試みてみましょう。」

S 「母集団って何ですか？」

T 「最初の 110g の米粒のことです。」

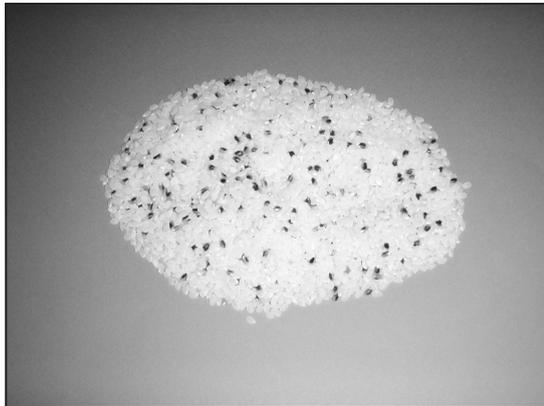
S 「またさっきと同じように比例関係を使うのですか？」

T 「いいえ。どちらかという、相似のイメージに近いかも知れませんが、それではその



方法でこれから説明します。まず最初の 110g の米粒（「母集団」ということを板書する）からひとつかみ取り出し、同数の胡麻を再び元に戻してよくかき混ぜます。この“よくかき混ぜる”ということが重要です。ここで注意してほしいことは、最初のお米の数＝お米＋胡麻の数

になっているということです。そして改めてもう一度ひとつかみ取り出し（「標本」ということを板書する）、米粒と胡麻の個数を数えておきます。母集団の中にある胡麻の個数の割合と、ひとつかみしたときその中に含まれる胡麻の数の割合が等しいのです。これを“大数の法則”といいます。先ほど“相似のイメージに近い”と言いましたが、“標本”は母集団の縮図と見ることができます。それでは早速実験してみましょう。」



米粒+胡麻の様子

【実験結果】

* 母集団からひとつかみ取り出した米粒（胡麻に取り替える）・・・415粒

回目	標本中の米粒の個数	標本中の胡麻の個数 (b)	標本数 (c)	母集団中の胡麻の個数 (a)	計算上の母集団の数 (x)
1	288	25	313	415	5196
2	377	33	410	415	5156
3	415	36	451	415	5199
4	389	31	420	415	5623
5	518	43	561	415	5414

$$\frac{\text{母集団中の胡麻の個数}(a)}{\text{計算上の母集団の数}(x)} = \frac{\text{標本中の胡麻の個数}(b)}{\text{標本数}(c)}$$

T「実験結果から母集団、つまり110gの米粒は、何粒あると言えますか？」

S「平均して5300粒くらいかな・・・」

T「協力し合って全部数えたとき、確か5500粒ありましたね。今回のように5回の標本調査から全体の数を推定すると、5300粒くらいと見ることができますから、それほど遠くかけ離れていないことが分かったと思います。ところでお米の場合は“重さ”と“個数”の比例関係からでも全体の個数を知ることができますが、たとえば夏祭りの夜店で見かける金魚すくいの金魚は何匹いるかどうやって調べますか。」

S「金魚1匹1匹の重さが同じでないから、比例関係を使うことはできない！」

S「種類もいろいろいる！」

S「1匹1匹捕まえていけばいいよ！」

S「え～！動いているし、たくさんいるから大変だよ！」

T「そうですね。つまりこの場合、金魚の“重さ”と“個数”は比例関係にないし、そもそも1種類ではなく出目金もいるし、1匹ずつ数えていくのもほとんど不可能だから、今日勉強した標本から推定する方法をとります。具体的にどのようになるかは宿題にしますので、レポート用紙に書いて提出して下さい。」

3. おわりに

この授業のねらいは“汗を流させる”ことによって、実は“全部数えなくても良い”方法があり、概数ならばそれほどズレはないという実感を持たせるところにあります。大数の法則は、期待値(平均)が存在することが前提としてありますが、中学生には難しいです。それよりもまず、できるだけ多くの具体例を扱いながら、“驚き”“不思議さ”“本当？”の心を芽生えさせることが必要です。具体から抽象へ概念形成されるのであれば、なおのこと具体的操作は重要な位置を占めていると考えられます。生徒の理解が浅いのは、この体験が少ないからなのかも知れません。