「電気・電子の基礎」第２章問題解答

※　各演習問題の解答は赤色の部分です。

◎31 頁

２つの電荷の符号は+と-であるので、これらの間に働くクーロン力Ｆは①引力で、②２つの電荷を結ぶ線上にある。力の大きさＦは式（1）（30 頁）を使う。

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2.0\times10^{-12}\,\mathrm{C}\times(-6.0\times10^{-10}\,\mathrm{C})}{(0.40\mathrm{m})^2}=-6.8\times10^{-11}\mathrm{N}$$ 、ε_0＝（8.85×10^{-12}Ｆ/ｍ）

なお、ＭＫＳＡ単位系では、$1/4\pi\varepsilon_0=9.0\times10^{9}\mathrm{N\,m^2/C^2}$ である。この数値を覚えていると便利である。

◎33 頁

①　頂点Ａの電界 E_{A}：

Ｂ点にある電荷の符号は正であるので、これがＡ点につくる電界 E_{B1} は直線ＡＢ上にありＢ点から遠ざかる向きである。Ｃ点にある電荷の符号は負であるので、これがＡ点につくる電界 E_{C1} は直線ＣＡ上にありＣ点に向かう向きである。E_{B1} と E_{C1} の電界の大きさは式（４）により同じであり、三角形ＡＢＣが正三角形であるので、E_{B1} と E_{C1} を合成した電界 E_{A}(E_{B1} と E_{C1} がつくる平行四辺形の対角線)は辺ＢＣに平行でＢからＣに向かう。式（４）から、

$$E_{\mathrm{A}}=\frac{2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}}{4\pi\varepsilon_0(0.2\mathrm{m})^2}=4.5\times10^{5}\,\mathrm{V/m}$$　である。

②　中点Ｍの電界ＥＭ：

Ｂ点およびＣ点にある電荷の電荷が中点Ｍにつくる電界の方向・向きは同じで、BC 上でＢ点からＣ点に向かう向きである。中点Ｍの電界 E_{M} の大きさは、式（４）から、

$$E_{\mathrm{M}}=\frac{2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}}{4\pi\varepsilon_0(0.1\mathrm{m})^2}+\frac{2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}}{4\pi\varepsilon_0(0.1\mathrm{m})^2}=3.6\times10^{6}\,\mathrm{V/m}$$　である。

◎39 頁

電荷の空間分布は球殻の中心に関して対称的であるあるので、r が同じであれば電界Ｅの大きさは同じである。したがってガウスの法則を使用する。半径 R の球殻の中心Ｏを原点として、r の位置の電界を求める。計算するにあたって電荷の分布から、①$r\geqq R$、②$0<r<R$ の場合に分けると、ガウスの定理に出てくる閉曲面Ａは半径 r の球面にするのがよい。

①$r \geqq R$

電界 $\boldsymbol{E}$ を求める位置 r を通る半径 r の閉曲面 A を描き、ガウスの法則（4）を適用する。$\boldsymbol{E}$ の大きさは閉曲面 A のどこでも同じであり、$\boldsymbol{E}$ の方向と向きは $\boldsymbol{E}$ が通過する閉曲面 A の法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ の方向と向き(34 頁)と同じあるから、式（4）の左の項＝$\int_A \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}\,dS$ ＝ $\int_A En\cos 0\,dS = E\int_A dS = E4\pi r^2$、式（4）の右の項＝$\sum_i \frac{Q_i}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\varepsilon_0}$ となる。したがって、この 2 式から　$E4\pi r^2 = \sigma 4\pi R^2/\varepsilon_0$、$E = \sigma R^2/\varepsilon_0 r^2$ [V/m]となる。

②$0 < r < R$

この場合、ガウス面 A は半径 r の球面であるが、$r < R$ よりこの球面内には電荷はない。したがって、ガウスの法則の式（4）の右の項＝$\Sigma_i (Q_i/\varepsilon_0) = 0$　となり、電界 E は、$E = 0$V/m である。

◎41 頁

コンデンサーの 1 つの極板がつくる電界 E の大きさは、38 頁の【ガウスの法則適用例 2】により、$E = \sigma/2\varepsilon_0$　と極板からの距離に依存しない。この電界の方向は極板に垂直で、向きは電荷の符号が正なら極板から遠ざかる向きであり、負ならば極板に向かう向きである。したがって、帯電したコンデンサーがつくる電界は 2 つの電極がつくるそれぞれの電界をベクトル的に足し合わせればよい。平行コンデンサー内は $E = \sigma/\varepsilon_0$　の大きさで正の電荷が帯電する電極から負の電荷が帯電する極板の向きであり、コンデンサーの外の電界は 0 である。

◎43 頁

原点にある電荷 Q が位置 x につくる電位 V（無限遠を基準）は、式（2）から、

$$V = -\int_{\infty}^{x} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}dx = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x}$$ である。

（1）点電荷 A がつくる電位 V_A は、Q=4C とおき、　$V_A = 1/\pi\varepsilon_0 x$[V]である。

（2）点電荷 B が座標 x の位置につくる電位は（1）と同様にして、$V_B = -\frac{3}{4\pi\varepsilon_0|x-3|}$ [V] である。したがって、2 つの電荷がつくる電位が 0 となる位置 x は、$V_A + V_B = 0$　を満たす x である。$\frac{1}{\pi\varepsilon_0 x} - \frac{3}{4\pi\varepsilon_0|x-3|} = 0$　より、$x = 12/7$ または $x = 12$ である。

◎57 頁

56 頁のコンデンサーの C の求める方法に従う。

① 半径 b の球殻に電荷 $+Q$ [C]を、半径 a の球殻に電荷 $-Q$ [C]を帯電させる。

② 球殻の中心から r の位置における 2 つの球殻の間の電界を E として、ガウス面 A を半径 r の球面とするときガウスの法則の式の各辺は

左辺＝$\int_A \boldsymbol{E}\cdot \boldsymbol{n}\,dS = \int_A E\,dS = E\int_A dS = E\int_A dS = E4\pi r^2$

右辺＝$\Sigma_i Q_i/\varepsilon_0 = Q/\varepsilon_0$ となるので、ガウスの法則の式は $E4\pi r^2 = Q/\varepsilon_0$ となる。したがって、電界は $E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$ である。

③ 2 つの球殻間の電位差 V は、

$$V = -\int_a^b E dr = -\int_a^b \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{1}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$$

となる。

④ 定義により $C = Q/V = 4\pi\varepsilon_0 ab/(a-b)$ となる。

◎61 頁

断面積 S を電流 I が流れているとき、60 頁の式(3)より電流 I は $I = envS$ である。$S = \pi r^2 = 3.14\times(0.001/2\ \mathrm{m})^2$、$I$=10A、$e$=1.6×$10^{-19}$C、$n$=8.4×$10^{28}\mathrm{m}^{-3}$ を上式に代入すると、電子の移動する速さ v は 9.5×10^{-4}m/s となる。

◎81 頁

アンペールの法則を使用する。電流を囲む閉曲線 C を円柱の中心から r[m]の円にする。この円上の磁界の大きさは同じである。

(1) (a)$r \geqq R$ のとき

閉曲線 C は円柱の外にあるので、閉曲線内に流れる電流は I である。アンペールの法則は $B\times 2\pi r = \mu_0 I$ となる。よって、磁界の大きさ B は $B = \mu_0 I / 2\pi r$ である。磁界の方向は円の接線方向で、その向きは電流の流れる向きに進むように右ねじを回転するときの右ねじの回転向きである。

(b) $R > r > 0$ のとき

閉曲線 C は円柱の中にある。したがって閉曲線 C を通過する電流 I_C は円柱の断面を I[A] の電流が一様に流れているので、断面積の大きさに比例する。すなわち、$I_C : I = \pi r^2 : \pi R^2$ である。よって $I_C = r^2 I / R^2$ となる。（1）と同様にしてアンペールの法則から $B = \mu_0 I_C / 2\pi r = \mu_0 I r / 2\pi R^2$[T]

(2) アンペールの法則を適用しよう。アンペールの法則によると、閉曲線 C を通過する電流だけが閉曲線上の磁界をつくる。そこでソレノイドの両端をつないでドーナッツ状に

したソレノイドを考えよう。閉曲線 C をソレノイドの断面の中心を通る円に選ぶ。この円の半径を r とすると、円のどこでも磁界の強さは同じである。したがって、アンペールの法則の左辺＝$\int_C \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{s}$＝$B$×半径 r の円周＝$B2\pi r$、そして右辺＝$\mu_0 \Sigma I_k$＝$\mu_0 I \times 2\pi rn$ となる。したがって、$B=\mu_0 nI$ となる。

◎85 頁

図 4(85 頁)において、円の反対側にある電流素辺 ΔS_k と ΔS_i に注目する。この 2 つの電流が作る合成磁界は y 軸方向だけである。したがって円電流が作る磁界の方向は円に中心を通り円に垂直な方向である。円の素辺 ΔS_k と高さ h の点を結ぶ線が円とのなす角度を α とすると、ΔS_k が h の点につくる y 軸方向の磁界 ΔB_{ky} は ΔS_k が h 点につくる磁界に $\cos\alpha$ を掛けたものに等しい。82 頁の(4)式で、$\theta=90°$ および $r_i(=r)=(h^2+a^2)^{1/2}$ と置き換えて、

$$\Delta B_{ky}=\left(\frac{\mu_0 I\sin 90°\Delta S_k}{4\pi r^2}\right)\times\cos\alpha=\frac{\mu_0 I\Delta S_k}{4\pi r^2}\times\frac{a}{r}=\frac{\mu_0 aI\Delta S_k}{4\pi r^3}$$

である。この微小素辺の電流が半径 a の円周上にあるので、全磁界 B は

$$B=\int_{円周}\frac{\mu_0 aI}{4\pi r^3}ds=\frac{\mu_0 aI}{4\pi r^3}\times\int_{円周}ds=\frac{\mu_0 aI}{4\pi\left(h^2+a^2\right)^{3/2}}\times 2\pi a$$

である。したがって $B=\mu_0 a^2 I／2(h^2+a^2)^{3/2}$ となる。