「流体力学」　第６章　問題の解答

６－１　ドリル問題

問題１　動粘度 ν=1.43×$10^{-5}$$m^2$/s の空気が内径 0.0254m の管内を流れている。この管内で層流に保たれる最大流速はいくらか。

略解　内径 0.0254m の管内を流れるときの臨界レイノルズ数を R_{ec}=２３００として、流速 u を求める。

$$u=\frac{R_{ec}\nu}{D}=\frac{2300\left(1.43\times10^{-5}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}\right)}{0.0254\mathrm{m}}=1.3\mathrm{m/s}$$

問題２　タンクから内径 10.0ｍｍの鋼管に毎分 0.150 リットルで水が流れている。このときの助走距離 Le（ｍ）を求めよ。ただし、水の動粘度は ν＝1.00×10^{-6} [m^2/s]とする。

略解　まず，流量を Q，管内径を dとして平均流速 uを求める。

u＝4Q/（πd^2）＝4×0.150×10^{-3}/60m^3/s/[3.14×（10.0×10^{-3}）^{2}]m=0.0318m/s

次にレイノルズ数 Reを式６－３から求めると

Re=ud/ν＝0.0318m/s×10.0×10^{-3}m/（1.00×10^{-6}）m^2/s

=318＜2300（臨界レイノルズ数，３－２－４参照）

よって、管内の流れは層流であるので、式 6-1 より助走距離 L_eは

Le =(0.06～0.065)$Re\,d$＝(0.06～0.065)×318×10.0×10^{-3} m

＝0.1908～0.2067m=19～21cm となる。　（答）

問題３　タンクから内径 10.0ｍｍの鋼管に毎分 3.00 リットルで水が流れている。このときの助走距離 L_e[ｍ]を求めよ。ただし、水の動粘度は ν＝1.00×10^{-6} m^2/s とする。

略解　まず，流量を Q，管内径を dとして平均流速 uを求める。

u＝4Q/（πd^2）＝4×3.00×10^{-3}/60m^3/s/[3.14×（10.0×10^{-3}）^{2}]m=0.637m/s

次にレイノルズ数 Reを式６－３から求めると

Re=ud/ν＝0.637m/s×10.0×10^{-3}m/（1.00×10^{-6}）m^2/s

=6370＞2300（臨界レイノルズ数，３－２－４参照）

よって、管内の流れは乱流であるので、式 6-2 より助走距離 L_eは次のようになる。

L_e =（25～40）d =（25～40）×10mm=25～40cm　（答）

６－２　ドリル問題

問題１　内径 d=3.5ｍｍのストローで，毎分１リットルのソフトドリンクを吸っている。このときの、ストロー内の流れは層流か乱流か。ソフトドリンクの動粘度は，2×10^{-6}m^2/s とする。

略解

ストロー内の平均流速は，流量を Q とすると

$$u = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4\times1\times10^{-3}/60\ \mathrm{m^3/s}}{3.14\times\left(3.5\times10^{-3}\mathrm{m}\right)^2} = 1.73\mathrm{m/s}$$

となり，レイノルズ数は式６－３より

$Re = ud/\nu = 1.73\mathrm{m/s}\times3.5\times10^{-3}\mathrm{m}/(2\times10^{-6})\mathrm{m^2/s} = 3028 > 2300$

となるので乱流である。　　　　　　　　　（答）

問題２　動粘度 ν=1.12×10^{-6}m^2/s の水が内径 0.0254m の管内を流れている。この管内で層流に保たれる平均流速の最大値はいくらか求めよ。

略解　層流を保つためのレイノルズ数は約２３00（臨界レイノルズ数，３－２－４項参照）である。臨界レイノルズ数を２３００として，最大速度 u_{max} を求めると：

$$u_{\max} = \frac{R_e \nu}{d} = \frac{(2300)\left(1.12\times10^{-6}\ \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}}\right)}{0.0254\mathrm{m}} = 0.10\mathrm{m/s}$$　　（答）

問題３　層流における管摩擦係数は一つの無次元パラメータに依存する。それは何か。

略解　式６－２５より，レイノルズ数である。　（答）

問題４　管壁の粗さの影響がある乱流において，管摩擦係数が依存する２つの無次元パラメータは何か。

解：レイノルズ数と相対粗さ（壁面粗さを管内径で割ったもの）
（答）

６－３　ドリル問題

問題１　1/7 乗則の速度分布が適用できる流れはどんな流れか。

略解　乱流　　　　　　　　　　（答）

問題２　乱流の指数法則による速度分布の問題点はどこか。

略解　速度勾配 $d\bar{u}/dy$ の値は物理的に管中心でゼロになるべきであるが，指数法則による速度分布ではゼロにならないことや、管壁における速度勾配 $d\bar{u}/dy$ は無限大となり、壁面せん断応力 τ_w の値を求めることはできいなどの問題点を持つ。　（答）

問題３　真直ぐな円管内の層流で最大流速が生じるのはどこか。

略解　管中心　（答）

問題４　平均流速を u，動粘度を ν とした場合，下記の断面形状を有する管路のレイノルズ数を求めよ

a．一辺が x（m）の正方形断面。

略解

$$式6-39\ より m=\frac{x^2}{4x},\quad 式6-40\ より d_e=4m=x,$$

$$式6-42\ より R_e=\frac{ud_e}{\nu}=\frac{ux}{\nu}$$

（答）

b．一辺が x(m）の正三角形断面。

略解

$$式6-39より m=\frac{x\times\frac{\sqrt{3}}{2}x\times\frac{1}{2}}{3x}=\frac{x}{4\sqrt{3}},\ 式6-40より d_e=4m=\frac{x}{\sqrt{3}},$$

（答）

$$式6-42より R_e=\frac{ud_e}{\nu}=\frac{ux}{\sqrt{3}\nu}$$

問題５　平均流速を u，動粘度を ν とした場合，2 重円筒管路の内径を d［m］，外形を D[m]とする管路のレイノルズ数を求めよ。

略解

$$式6-39より m=\frac{\frac{D^2}{4}\pi-\frac{d^2}{4}\pi}{(d+D)\pi}=\frac{1}{4}\frac{D^2-d^2}{D+d},\quad 式6-40より d_e=4m=\frac{D^2-d^2}{D+d}=D-d,$$

$$式6-42より R_e=\frac{ud_e}{\nu}=\frac{u}{\nu}(D-d)$$

（答）

問題６　内径 20cm,長さ 500m の円管を用いて,流量 Q=0.10m^3/s の水を送る場合,円管の管摩擦損失ヘッドはいくらか．管摩擦係数 λ を 0.030 として計算せよ。ただし，管内壁は滑らかであるとする。

略解　平均流速 u は，流量を流路面積で割ったものであるから

$$u=\frac{0.10}{(\pi/4)\times0.2^2}=3.18$$　m/s　となり，

式６－５より，管摩擦損失ヘッドは

$$h=\lambda\frac{L}{d}\frac{u^2}{2g}=0.030\times\frac{500\times3.18^2}{0.2\times2\times9.8}=38.7\mathrm{m}=39\mathrm{m}$$　（答）

となる。

問題７　内径 10cm の市販の鋳鉄管（ε ＝0.26mm）に，動粘度 $\nu=1.15\times10^{-6}\mathrm{m^2/s}$ の水を平均流速 3.0m/s で流す場合の管摩擦係数をムーディ線図（図 6-11）から求めよ．

略解　$u=3.0\mathrm{m/s}, d=0.10\mathrm{m}, \nu=1.15\times10^{-6}\mathrm{m^2/s}$ あるから，レイノルズ数は

$$\mathrm{Re}=\frac{ud}{\nu}=\frac{3.0\times0.10}{1.15\times10^{-6}}=2.6\times10^5$$　となる。

鋳鉄管の内壁の粗度 $\frac{\varepsilon}{d}$ は 0.0026 であるから，管摩擦係数は図６－１１より $\lambda\cong0.027$ となる。　（答）

６－４　ドリル問題

問題１　断面積が A_1=0.10m^2 から A_2=0.40m^2 に急に拡大する管路に，Q=0.30m^3/s の水を流す時の損失ヘッドを計算せよ．

略解

上流の平均流速u_1は，$u_1=\frac{Q}{A_1}=\frac{0.3}{0.1}=3\mathrm{m/s}$である。

式６－４５より

$$\left(1-\frac{A_1}{A_2}\right)^2=\left(1-\frac{0.1}{0.4}\right)^2=0.563$$であるから

損失ヘッドh_sは $h_s=\left(1-\frac{A_1}{A_2}\right)^2\frac{u_1^2}{2g}=0.563\times\frac{3^2}{2\times9.8}=0.26\mathrm{m}$

となる。　（答）

問題２　図６－２６（ｃ）に示すちょう形弁が図６－２３のように管路の途中に取り付けられている。流量が 0.050m^3/s で管内径が 100mm，弁の開き角が 20° の時の損失ヘッドを求めよ。

略解

平均流速は，流量を管路断面積で割って次のように求められる。

$$u=\frac{4Q}{\pi d^2}=\frac{4\times 0.050\mathrm{m^3/s}}{\pi\times 0.1^2\mathrm{m^2}}=6.37\mathrm{m/s}$$

弁の開き角が 20° の時の損失係数ζは，図６－２６より ζ＝1.54 であるから，式６－４４に数値を代入すると損失ヘッドは次のようになる。

$$h=\varsigma\frac{u^2}{2g}=1.54\frac{6.37^2}{2\times 9.8}=3.2\mathrm{m}$$ （答）

６－５　ドリル問題

問題１　メジャー損失とマイナー損失との違いは何か。

略解　配管の直管部分で生じる損失がメジャー損失であり、管路に設置される弁、エルボ、ベンド度等の接続管等で生じる損失がマイナー損失である。（答）

問題２　圧力損失を最小化するために，損失係数の値は，できるかぎり小さくするべきであるか。

略解　その通りである。損失係数を小さくすることは抵抗を小さくすることになる。　（答）

問題３　水力直径は何を意味しているのか。

略解

水力直径とは，流路断面積を濡れ縁長さで割った値（水力平均深さ）の 4 倍の値で等価直径ともいう。断面が円形でない管路の場合のダルシー－ワイズバッハの式を用いる際に，円管の直径ｄの代わりに水力直径を用いる。

（答）

問題４　図６－33 のような直列管路がある。管摩擦係数λは内径 d=200mm の管が 0.015,内径 d=100mm の管が 0.025 である。このときの流量 Q を求めよ。ただし，管摩擦以外の損失を無視する。

略解

式６－５０から

$$H=\lambda_1\frac{L_1}{d_1}\frac{{u_1}^2}{2g}+\lambda_2\frac{L_2}{d_2}\frac{{u_2}^2}{2g}+\frac{{u_2}^2}{2g}$$

ここで，添え字１は内径 200mm の管の値を２は 100mm の管の値を示し，L は管の長さ，u は平均流速を示す。

それぞれの管の流路面積を A_1, A_2 とすると $u_1=\dfrac{A_2}{A_1}u_2$ となり

$$H=\lambda_1\frac{L_1}{d_1}\frac{1}{2g}\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2u_2^2+\lambda_2\frac{L_2}{d_2}\frac{u_2{}^2}{2g}+\frac{u_2{}^2}{2g}=\frac{u_2^2}{2g}\left\{\lambda_1\frac{L_1}{d_1}\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2+\lambda_2\frac{L_2}{d_2}+1\right\}$$

から， $u_2^2=2gH/\left\{\lambda_1\dfrac{L_1}{d_1}\left(\dfrac{A_2}{A_1}\right)^2+\lambda_2\dfrac{L_2}{d_2}+1\right\}$

H=60m として，各数値を代入すると，

$u_2^2=2\times9.8\times60/\left\{0.015\times\dfrac{100}{0.2}\times\left(\dfrac{100^2}{200^2}\right)^2+0.025\times\dfrac{300}{0.1}+1\right\}$ となり u_2 を求めると

内径 100mm の管での流速は， $u_2=3.92\mathrm{m/s}$ となり，流量 Q は

$$Q=A_2u_2=\frac{\pi}{4}0.1^2\times3.92\mathrm{m/s}=0.031\mathrm{m}^3/s$$ （答）

となる。

５．図６－34 に示すようなポンプで水をくみ上げる簡単な装置がある。送水に必要なポンプの水動力（水がポンプから受け取った単位時間当たりの仕事）を求めよ。ただし，吸い込みと吐き出し管の長さの合計は 10m，管摩擦係数は 0.020，管内平均流速を 2m/s とする。

水動力は ρgQH_t で与えられる。ここで， ρ は水の密度 (1000kg/m^3)，Q は流量，H_t は全揚程で二つのタンクの水面差に式６－５０で与えられる全ヘッドの差を加えたものである。

略解

全揚程 H_t は $H_t=15\mathrm{m}+\lambda\dfrac{L}{d}\dfrac{u^2}{2g}+\dfrac{u^2}{2g}=15\mathrm{m}+0.020\dfrac{10}{0.1}\dfrac{2^2}{2\times9.8}+\dfrac{2^2}{2\times9.8}=15.61\mathrm{m}$

となり，水動力は， $1000\times9.8\times2\times\dfrac{\pi}{4}\times0.1^2\times15.61=2401.8\mathrm{Nm/s}=2.4\mathrm{kW}$ （答）

となる。

６章　演習問題

１．粘度 μ=0.38Pa･s，密度 ρ=912kg/m^3 の油が，流量 0.01m^3/s で，内径 100mm の水平管を流れている。流れが層流かどうか調べ，配管の長さが 500m の時の圧力損失を求めよ。

略解

平均流速は，流量を流路面積で割って

$u = \dfrac{0.01\text{m}^3/\text{s}}{\dfrac{\pi}{4}0.1^2\text{m}^2} = 1.27\text{m/s}$　となり

レイノルズ数は，　$\text{Re} = \dfrac{\rho u d}{\mu} = \dfrac{912\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}\times 1.27\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\times 0.100\text{m}}{0.38\text{Pa}\bullet\text{s}} = 305$

となる。レイノルズ数が 2300 より小さく層流であるので，ハーゲンーポアズイユの式６－１７から圧力損失は

$$\Delta p = \frac{128\mu LQ}{\pi d^4} = \frac{128\times 0.38\text{Pa}\bullet\text{s}\times 500\text{m}\times 0.01\text{m}^3/s}{\pi\ (0.100\text{m})^4}$$

＝774522Pa=774.5kPa=0.77MPa　　　　　　　（答）

である。

別解

レイノルズ数が 305 であるから，式６－２５から管摩擦係数λは

$\lambda = \dfrac{64}{\text{Re}} = 0.21$　となる。従って，式 6-5 から圧力損失は

$\Delta p = \rho\lambda\dfrac{L}{d}\dfrac{u^2}{2} = 912\times 0.21\times\dfrac{500}{0.1}\dfrac{1.27^2}{2} = 772257\text{Pa} = 0.77\text{MPa}$　となり一致する。

２．内径 40cm の直円管を用い，6km 遠方に，1 時間に 900m³ の水を送るのに，どれだけの圧力を必要とするか．但し，水の密度を 1000kg/m³，管摩擦係数を 0.03，送水管出口の圧力を大気圧(ゲージ圧 0)とし，ゲージ圧で求めよ．

略解　管路長が内径の 2000 倍以上であるから,速度ヘッドの影響は小さいので無視する。すなわち，送水管の入口では，出口よりも管摩擦損失で失われる圧力分だけ高くする必要がある．その大きさは，式６－５より

$\Delta p = \rho g h = \rho g\lambda\dfrac{L}{d}\dfrac{u^2}{2g} = \dfrac{\rho\lambda L u^2}{2d}\text{Pa}$から求まる。まず，平均流速を求めると，

$$u = \frac{900\text{m}^3}{60\times 60\times(\pi/4)\times 0.4^2} = 1.99\text{m/s}$$

従って，入口での圧力 p は，

$p = \Delta p = 1000\times 0.03\times\dfrac{6000\times 1.99^2}{2\times 0.4} = 891\text{kPa} = 0.9\text{MPa}$　　　（答）

３.動粘度が $\nu = 4.998\times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$ である油が内径 0.0254m の市販の鋼管内を流れている。平均流速（a）3.05m/s，（b）12.19m/s の時の管摩擦係数λを求めよ。

略解　（a）最初にレイノルズ数を求めると

$$\mathrm{Re}=\frac{ud}{\nu}=\frac{3.05\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\times 0.0254\mathrm{m}}{4.998\times 10^{-5}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}}=1550\leq 2300$$ となり

流れは層流であるから管摩擦係数λは相対粗さ(ε/d)の影響を受けない。λを求めるためにムーディ線図（図６－１１）を用いる。横軸上の 1.55×10^3 を見つける。それから直線（λ =64/Re）まで垂直に伸ばす。さらに，左にに水平に伸ばしてλ＝0.041 の値を得る。一方，式６－２５（λ=64/Re）から求めると，λの計算値は 0.0413 となりムーディ線図から求めた値に一致する。

（答）

（b）まず，レイノルズ数を計算する。

$$\mathrm{Re}=\frac{ud}{\nu}=\frac{12.19\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\times 0.0254\mathrm{m}}{4.998\times 10^{-5}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}}=6195\geq 2300$$

となり，流れは乱流である。管内壁の相対粗さを考慮する場合，ε/d の値が必要である。図６－１２から，内径 0.0254m の市販の銅管の場合のεを求めると，ε=0.045×10^{-3}m であり

$$\frac{\varepsilon}{d}=\frac{0.045\times 10^{-3}}{0.0254}=0.0018$$ （答）

が得られる。

図６－１１のムーディー線図により，$\lambda\cong 0.04$ となる。

４．図６－35 に示すように，水が流量 Q=0.946m^3/min でパイプラインの中を大きな貯水槽から流れている。マイナー損失とメジャー損失を比較しなさい。内径 0.0762 m の市販鋼管であり，パイプラインの全長は 15m である。ただし，貯水槽から管路に流入するときの損失係数 $\varsigma_i=0.5$，また 90 度エルボの損失係数 $\varsigma_e=0.75$，玉形弁の損失係数 $\varsigma_v=10.0$ とし，水の動粘度を $\nu=1.12\times 10^{-6}\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ とする。

略解　最初に，メジャー損失である直管での損失ヘッド h_{ma} を計算する。

平均流速 u は流量を流路面積で割って

$$u=\frac{\frac{0.946}{60}\mathrm{m}^3/s}{\frac{\pi}{4}(0.0762\mathrm{m})^2}=3.46\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ となりレイノルズ数は

$$\mathrm{Re}=\frac{ud}{\nu}=\frac{3.459\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\times0.0762\mathrm{m}}{1.12\times10^{-6}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}}=235335=2.35\times10^5$$

図６－１２より市販鋼管の粗さはε＝0.045mmであるから

$$\frac{\varepsilon}{d}=\frac{0.045\times10^{-3}\mathrm{m}}{0.0762\mathrm{m}}=6.0\times10^{-4}$$ となる。

求められた Re とε/d を使用して，ムーディ線図（図６－１１）から管摩擦係数を求めると，$\lambda\cong0.018$ であるから，

$$h_{ma}=\lambda\frac{L}{d}\frac{u^2}{2g}=0.018\times\frac{15\mathrm{m}}{0.0762\mathrm{m}}\times\frac{\left(3.46\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2\times9.8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}=2.2\mathrm{m}$$

次に，マイナー損失である管路への流入損失，エルボでの損失および弁での損失ヘッド h_{mi} について計算する。

$$h_{mi}=(\varsigma_i+2\times\varsigma_e+\varsigma_v)\frac{u^2}{2g}=(0.5+2\times0.75+10.0)\frac{\left(3.46\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2\times9.8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}=7.3\mathrm{m}$$

このように，この管路においては，マイナー損失はメジャー損失の３倍以上である。もちろん，配管の長さが十分に長いか，損失係数 ζ_v が小さい弁を使用すると，メジャー損失はマイナー損失よりも上回る。

６章　ワークシート問題

１．円管内の流れにおいて，管摩擦係数や流量 Q が一定であれば，ある距離 L での(a)管摩擦損失ヘッドは管の内径 d の５乗に反比例することを証明せよ．また，(b)管内径を x ％増加させると，損失ヘッドは何％減少するか。

略解：(a)　平均速度は $u=\dfrac{4Q}{\pi d^2}$ であるから，この式を下記のダルシイー－ワイズバッハの式６－５に代入すると

$$h=\lambda\frac{L}{d}\frac{u^2}{2g}=\lambda\frac{L}{2g}\frac{\left(4Q\big/\pi d^2\right)^2}{d}=\lambda\frac{L}{2g}\left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2\frac{1}{d^5}$$

となり，管摩擦係数と流量が一定であれば　$h\propto\frac{1}{d^5}$　となる。（答）

(b)　上式を $h=K/d^5$（K=const.）として d で両辺を微分すると，

$$\frac{dh}{dd}=-5K\frac{1}{d^6}=-5\frac{h}{d}$$ 　より $$\frac{dh}{h}=-5\frac{dd}{d}$$ 　であるから $x=100\frac{dd}{d}$ とおくと

$$100\frac{dh}{h}=-5\times100\frac{dd}{d}=-5x$$ （％）となる。

よって−5x％で 5x％の減少である。　　　　（答）

２．原油（比重 0.85，粘度 0.49Pa・s）を，内径 600mm の円管で 5km 離れた土地に輸送する時の管摩擦損失を求めよ．但し，油の平均流速は 0.5m/s とする．標準気圧で 4℃の水の密度を 1000kg/m³ とする。

略解　レイノルズ数 Re を求め，流れの状態を調べてみる．

粘度　μ =0.49Pa・s であるから

レイノルズ数は $$\mathrm{Re}=\frac{\rho ud}{\mu}=\frac{0.85\times1000\times0.5\times0.6}{0.49}=520$$

となり，この値は臨界レイノルズ数 2300 より小さいから，流れは層流と考えられる．層流の場合，管摩擦係数は，式６－２５（$\lambda=\frac{64}{\mathrm{Re}}$）から，

$$\lambda=\frac{64}{\mathrm{Re}}=\frac{64}{520}=0.123$$ 　と求まる。

よって管摩擦損失は，式６－５から

$$\Delta p=\rho\lambda\frac{L}{d}\frac{u^2}{2}=0.85\times1000\times0.123\times\frac{5\times10^3\times0.5^2}{2\times0.6}$$
$$=108906\mathrm{Pa}=0.11\mathrm{MPa}$$

３．粘性係数 μ =0.383　Pa･s の油が内径 d=0.0254m，長さ 60m の水平管を流れている。圧力降下が 414000Pa とすると、このときの流量 Q はいくらか求めよ。また、流れの状態を推察してみよ。ただし，油の密度を 913kg/m³ とする。

略解　層流を仮定して，式６－１７から

$$Q=\frac{\pi d^4\Delta p}{128\mu L}=\frac{\pi(0.0254\mathrm{m})^4(414000\mathrm{Pa})}{128\times(0.383\mathrm{Pa\cdot s})\times(60\mathrm{m})}=1.8\times10^{-4}\quad\mathrm{m^3/s}$$

（答）

次に，流れの状態（層流か乱流）を推察するために，レイノルズ数を計算する。

まず，平均流速は　$u = \dfrac{Q}{\dfrac{\pi}{4} d^2} = \dfrac{1.8 \times 10^{-4}\,\dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}}{\dfrac{\pi}{4}(0.0254\mathrm{m})^2} = 0.36\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

となり，レイノルズ数は　$\mathrm{Re} = \dfrac{ud\rho}{\mu}$　より

各々の値を代入して，　$\mathrm{Re} = \dfrac{0.36\mathrm{m} \times 0.0254\mathrm{m} \times 913\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{0.383\mathrm{Pa \cdot s}} = 21.8$　　となる。

レイノルズ数が２３００より小さいから，流れは層流で，式 6－17 を使用できることを確認した。

別解

　圧力降下（圧力損失）が与えられて，流量を求める問題であるから図６－１４に沿って計算を行う。

　まず，λ=3 を仮定して，式６－５から平均流速を求めると

$$u = \sqrt{2\frac{d}{\lambda}\frac{\Delta p}{\rho L}} = \sqrt{2\frac{0.0254\mathrm{m}}{3}\frac{414000\mathrm{Pa}}{913\mathrm{kg/m}^3 \times 60\mathrm{m}}} = 0.358\mathrm{m/s}$$

となる。レイノルズ数は

$$R_e = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{913 \times 0.358 \times 0.0254}{0.383} = 21.7$$

となる。管摩擦係数を求めると，λ=63/Re=63/21.7=2.9 となり仮定した管摩擦係数と違うので以上を繰り返す。

$$u = \sqrt{2\frac{d}{\lambda}\frac{\Delta p}{\rho L}} = \sqrt{2\frac{0.0254\mathrm{m}}{2.9}\frac{414000\mathrm{Pa}}{913\mathrm{kg/m}^3 \times 60\mathrm{m}}} = 0.364\mathrm{m/s}$$

$$R_e = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{913 \times 0.364 \times 0.0254}{0.383} = 22.0$$

管摩擦係数を求めると，λ=63/Re=63/22=2.9 となり収束した。

流量は

$$Q = u\frac{\pi}{4}d^2 = 0.364 \times \frac{3.14}{4} \times 0.0254^2 = 1.8 \times 10^{-4}\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$$

となり一致する。

４．図１のようにポンプにより湖から丘の上のタンクに，水を流量 0.030m^3/s で搬送する。使用する市販鋼管（ε=0.045mm）は直径 80mm で，長さ 200m である。水を搬送するために要求される水動力（水がポンプから受け取った単位時間当たりの仕事）を計算せよ。ただし，水の動粘度は $\nu = 1.12 \times 10^{-6}\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$，密度 ρ は

1000kg/m3 とし，水面差 H_a は５０ｍとする。

略解　ポンプの全揚程 H_t は，ドリル問題６－５の問題５より次式で与えられる。

$$H_t = H_a + \frac{u^2}{2g} + \lambda \frac{L}{d} \frac{u^2}{2g}$$

である。

ここで，H_a は水面差，u は平均流速，λ は管摩擦係数，L は管路の長さ，d は管内径である。

平均流速 u は，Q を流量,流路面積を A とすると

$$u = \frac{Q}{A} = \frac{0.030 \dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}}{\dfrac{\pi}{4}(0.08\mathrm{m})^2} = 5.97 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

次に，レイノルズ数を求める。

$$\mathrm{Re} = \frac{ud}{\nu} = \frac{5.97 \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \times 0.08\mathrm{m}}{1.12 \times 10^{-6} \dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}} = 4.26 \times 10^5$$

$\mathrm{Re}=4.26\times10^5 \geqq \mathrm{Rec}=2300$ であるから，乱流である。

$\varepsilon=0.045\mathrm{mm}$ であるから相対粗さは，

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0.045 \times 10^{-3}\mathrm{m}}{0.08\mathrm{m}} = 0.00056$$

である。ムーディ線図から $\lambda \fallingdotseq 0.018$ となる。ポンプの全揚程は，

$$H_t = 50\mathrm{m} + \frac{\left(5.97 \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \times 9.8 \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} + 0.018 \times \frac{200\mathrm{m}}{0.08\mathrm{m}} \times \frac{\left(5.97 \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \times 9.8 \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$$

$$= 50\mathrm{m} + 1.82\mathrm{m} + 81.8\mathrm{m} = 133.6\mathrm{m}$$

である。

水動力は $\rho g Q H_t = 1000\mathrm{kg/m}^3 \times 9.8\mathrm{m/s}^2 \times 0.030\mathrm{m}^3\mathrm{/s} \times 133.6\mathrm{m} = 39278.4\mathrm{J/s} = 39\mathrm{kJ/}$

となる。