「流体力学」　第 2 章　問題の解答

２－１　ドリル問題

問題１　200 kPa（ゲージ圧）を kgf/cm^2 で表すと幾らになるか．ゲージ圧および大気圧 p_a = 100 kPa である場合の絶対圧で答えよ．

略解

2-1-2 項で説明したように

1 kgf/cm^2 = 98.0665 kPa であるから，

200 kPa=200/98.0665=2.04kgf/cm^2　(答)

200 kPa（ゲージ圧）を絶対圧で表すには，大気圧を加えればよいから，

200+100=300kPa　となる。したがって，

300 kPa=300/98.0665=3.06kgf/cm^2　(答)

問題２　図 2-5 の水圧機において，ピストン A の質量は 1.0 kg，面積は A_0 = 3.0 cm^2 である．ピストン B の面積は A_1 = 300 cm^2 である．ピストン A および B に力を加えない状態で釣り合っているとすれば，ピストン B の質量はいくらか．ただし，ピストンとシリンダー間の摩擦力は考えなくとも良いとする．

略解

式 2-3 より

$F_1 = F_0\ (A_1 / A_0)$=1kg×9.8m/s^2×(300cm^3/3cm^3)=980 N

よって，ピストン B の質量は F_1/9.8=100kg

になる。　（答）

問題３　地球上における最深地点はマリアナ海溝にあり，海面下約 10900 m である．この地点における圧力はいくらか．ただし，海水の比重は 1.04 で一定とする．

略解

ゲージ圧で求める。1-1-4 項の式 1-2 と 2-1-4 項の式 2- 6 より

$p = \rho g\,(z_0 - z) = \rho g h = s\times1000\mathrm{kg/m^3}\times g h$=1.04×1000$kg/m^3$×9.8$m/s^2$×10900m

=1.1×10^8Pa=0.11 GPa

問題４　容器内に入れた液体の自由表面の傾斜角で加速度を計測する装置がある．その計測器を水平方向に一定加速度で動かしたとき，計測器内の液体の自由表面が水平面に対して 45 度の角度をなした場合，加速度を求めよ．

略解

2-1-5 項の例題（一定加速度で移動する容器内の水面）の略解より，加速度 α は

$\alpha = g\tan\theta$

であるから，

α=9.8m/s^2×tan45°=9.8m/s^2

となる。　（答）

問題５　図 2-11 に示すように内径 1.0 m，高さ 2.0 m の円筒容器に水を入れる．この容

器を中心軸まわりに 80 rpm で回転させたとき，図のように水面が回転放物面状になった。水面の最高位置 A と最低位置 C の距離 H を求めよ.

略解

2－1－5 項の例題（回転容器内の液体）の略解から

$z = (\omega^2 r^2)/(2g) + C$

であるから，容器の中心 $r=0$ での水面の位置を z_0 とすると，$C= z_0$ となる。容器の半径を R とし，そこでの水面の位置を z_R とすると，

$$H = z_R - z_0 = \frac{\omega^2 R^2}{2g} + z_0 - z_0$$

$= (\omega^2 R^2)/(2g) = (80\times 2\times \pi/60\,(\mathrm{rad/s}))^2\times(0.5\mathrm{m})^2/(2\times 9.8\mathrm{m/s^2})$

$=0.89\mathrm{m}$ （答）

２－２　ドリル問題

問題１　水銀柱 50 mm は何 Pa に相当するか. ここで､水銀の密度は $1.3595\times10^4\ \mathrm{kg/m^3}$, 重力加速度は $9.8\ \mathrm{m/s^2}$ とする.

略解

式 2-15 より，

$p_A = \rho g H = 1.3595\times10^4\ \mathrm{kg/m^3}\times 9.8\ \mathrm{m/s^2}\times 50\times10^{-3}\mathrm{m} = 6661.55\mathrm{Pa} = 6.7\mathrm{kPa}$

となる。 （答）

問題２　図 2-15 に示すように，水が満たされたタンク A の圧力 p_A を片方が大気圧 p_a に開放されたU字管マノメーターで測定する．p_A をゲージ圧と絶対圧で求めよ．ここで，h_1= 30 cm，h = 15 cm，p_a = 101.3 kPa，水の密度 ρ_1= 1000 kg/m^3，水銀の密度 ρ = 13.6×10^3 kg/m^3 とする.

略解

ゲージ圧であらわせば，式 2-18 より

$p_A = \rho g h - \rho_1 g h_1 \quad =13.6\times10^3\ \mathrm{kg/m^3}\times9.8\mathrm{m/s^2}\times15\times10^{-2}\ \mathrm{m} - 1000\ \mathrm{kg/m^3}\times9.8\mathrm{m/s^2}\times 30\times10^{-2}\ \mathrm{m} = 17.052\mathrm{kPa} = 17\mathrm{kPa}$

式 2-17 より絶対圧では

$p_A = p_a + \rho g h - \rho_1 g h_1 = 101.3\ \mathrm{kPa} + 17.052\mathrm{kPa} = 118.35\mathrm{kPa} = 12\times10\mathrm{kPa}$

となる。 （答）

問題３　水が満たされたタンク A，B の圧力差 $p_A - p_B$ をＵ字管形示差マノメーターで測定したところ，図 2-19 のようになった．h = 0.7 m のとき，$p_A - p_B$ を求めよ．ここで，水の密度 ρ = 1000 kg/m^3，水銀の密度 ρ_g = 13.6×10^3 kg/m^3 とする.

略解

式 2-20 より，この問題の場合に記号を変えると

$p_A - p_B = \rho_g g h + \rho g(H - h) - \rho g H$

$= \rho_g g h - \rho g h = g h(\rho_g - \rho)$

$=9.8\mathrm{m/s^2}\times0.7\mathrm{m}\times(13.6\times10^3\mathrm{kg/m^3} - 1000\mathrm{kg/m^3}) = 86\mathrm{kPa}$ （答）

問題４　水圧管Ａ，Ｂの圧力差を図 2-20 に示す逆Ｕ字管形示差マノメータで測定したところ，上部の油の差が h = 30 cm であった．圧力差 $p_A - p_B$ を求めよ．ただし，水の密度を ρ = 1000 kg/m^3，油の密度を ρ_o = 930 kg/m^3 とする．

略解

2-2-3 項の例題（逆Ｕ字管形示差マノメータによる圧力測定）の略解より，この問題の場合に記号を変えると

$p_A - p_B = \rho g h_1 - \rho g h_2 + \rho_o g h$

$= \rho g(h_1 - h_2) + \rho_o g h$=1000kg/m^3×9.8m/s^2×(100-180)×10^{-2}m

+ 930 kg/m^3×9.8m/s^2×30×10^{-2}m=—5.1kPa　　　　（答）

２－３　ドリル問題

問題１　高さ 6 m, 幅 5 m の長方形ゲートが水で満たされた長方形開放水槽の側面に垂直に取り付けられている（図 2-21 参照）．ゲートの上縁 A は水面下 3 m である．ゲートの下縁 B はちょうつがいで回転できるようになっている．ゲートに対して垂直な力 F をゲートの上縁に加えてゲートを閉めておきたい．必要な力 F の大きさを求めよ．

略解

全圧力 P は式 2-23 から，圧力中心位置の深さは式 2-28 から与えられるので. a = 6.0 m，b= 5.0 m，h = 3.0 m を代入すると，

$$P = \rho gab(h + \frac{a}{2}) = 1000\text{kg/m}^3 \times 9.8\text{m/s}^2 \times 6.0\text{m} \times 5.0\text{m} \times \left(3.0\text{m} + \frac{6.0}{2}\text{m}\right) = 1764000\text{N}$$

$$z_c = (h + \frac{a}{2}) + \frac{a^2}{12(h + a/2)} = \left(3\text{m} + \frac{6}{2}\text{m}\right) + \frac{6^2\text{m}^2}{12\left(3\text{m} + {}^{6}\!/_{2}\,\text{m}\right)} = 6.5\text{m}$$

下縁Ｂでのモーメントが釣り合えばよいので，

$P \times (a+h-z_c) = F \times a$

1764000N×(6+3－6.5)m=F×6m より

F=735000N=735kN　　　　（答）

問題２　図 2-26 のように水平軸まわりに回転できる円形弁がある．中心軸までの水深は 1 m，円形弁の直径は 60 cm である．軸まわりにモーメントを加え，弁を閉じておきたい．必要なモーメントを求めよ．

略解

2－3－2 項の例題（円形弁に作用する力）の略解より，水圧による中心軸まわりの回転モーメント M は

$$M = \frac{\rho g \pi d^4}{64} = \frac{1000\text{kg/m}^3 \times 9.8\text{m/s}^2 \times 3.14 \times (0.6\text{m})^4}{64} = 62.31\text{Nm}$$

２－４　ドリル問題

問題１　比重 s の海水に浮かんでいる．海水の比重を s = 1.025 であるとすれば，海面下の氷の体積が 3m^3 の時，どれくらいの浮力を受けるか。アルキメデスの原理より計算せよ。水の密度 ρ_w を 1000kg/m^3 とする。

略解

アルキメデスの原理より，静止した流体中の物体は，その物体が排除した流体の重量に等しい大きさで浮力を受けるので，

海面下の氷の体積を V_{in} とすれば，氷に働く浮力 F は

$$F = \rho_w \quad s\, V_{in}\, g$$

となり，数値を代入すると

F=1000kg/m^3×1.025×3m^3×9.8m/s^2=30135N=30kN　になる。

問題２　海面上に出ている氷の体積は 100 m^3 である．氷の全質量を求めよ．ここで，氷および海水の比重はそれぞれ s_i = 0.92，s = 1.025 であるとする．

略解

2－4－1 項の例題（氷に働く浮力）より，

氷の全体積 V は，海面上の体積を V_{out}，海面下の体積を V_{in} とすると，

$$V = V_{in}\frac{s}{s_i} = (V - V_{out})\frac{s}{s_i} = V\frac{s}{s_i} - V_{out}\frac{s}{s_i}$$

∴ $V=V_{out}/(1-s_i/s)$=100m^3/(1-0.92/1.025)=976.19m^3

全質量は,0.92×1000kg/m^3×976.19m^3=898094kg=90×10^{4}kg　　　（答）

2 章演習問題

１. 図 2-31 のような底面の面積が等しい(a)から(d)の 4 種類の容器に同じ水を同じ深さだけ満たした．各容器の底面が受ける圧力による力について比較・考察せよ．

略解

4 種類とも深さが同じであるから, 式 2- 6 より底面での圧力は等しい．したがって，底面の面積も等しいので圧力による力も等しい．　（答）

２．図 2-32 に示すように，タンク内に比重 0.800 の油が貯蔵されている．タンク上部は空気の層があり，その圧力は水銀（比重：13.57）を用いた U 字管マノメーターで測定する．液柱高さの差が 250 mm であるとき，タンク内の油面から深さ 5000 mm の A 位置における圧力は幾らになるか．ゲージ圧で答えよ．

略解

空気室の圧力を p_a 水銀の密度を ρ_{Hg} とすると

$$p_a + \rho_{Hg} g 250\text{mm} = 0$$

一方，点 A の圧力を p_A , 油の密度を ρ_o とすると

$$p_A = p_a + \rho_o g 5000\text{mm}$$

式 1-2 から，ある流体の密度は，その流体の比重に $1000\mathrm{kg/m^3}$ を乗じたものであるから，上の二式から

$$p_A = p_a + \rho_o g 5000\mathrm{mm} = -\rho_{Hg} g 250\mathrm{mm} + \rho_o g 5000\mathrm{mm}$$
$$= \text{-}13570\mathrm{kg/m^3} \times 9.8\mathrm{m/s^2} \times 0.25\mathrm{m} + 800\mathrm{kg/m^3} \times 9.8\mathrm{m/s^2} \times 5\mathrm{m} = 5953.5\mathrm{Pa} = 6.0\mathrm{kPa}$$

となる。　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（答）

３．空気を封入した２つの容器 A,B の圧力差 p_A-p_B を図 2-33 に示す傾斜マノメーターで測定した．傾斜マノメーターのタンク内径は 50 mm，管の内径は 5 mm，傾斜角 α = 30°，マノメーター液としては比重 0.822 のアルコールを用いている．L=400 mm の場合，p_A-p_B を求めよ．

略解

タンクの内径を d_t ，管の内径を d_p ，マノメーター液の密度を ρ とすると

$$\frac{\pi}{4} d_t^2 \varDelta H = \frac{\pi}{4} d_p^2 L$$
$$p_B + \rho g L \sin\alpha + \rho g \varDelta H = p_A$$
$$\therefore p_A - p_B = \rho g L (\sin\alpha + \frac{\varDelta H}{L}) = \rho g L \left\{ \sin\alpha + \left(\frac{d_p}{d_t} \right)^2 \right\}$$
$$= 0.822 \times 1000\mathrm{kg/m^3} \times 9.8\mathrm{m/s^2} \times 0.4\mathrm{m} \times \left\{ \sin 30^\circ + \left(\frac{5}{50} \right)^2 \right\} = 1643.34\mathrm{Pa} = 1.6\mathrm{kPa}$$

となる。　　　　　　　　　　　　　　　　　　（答）

４．図 2-34 に示す水圧機で，それぞれのピストン直径は D_1 = 30 cm，D_2 =300 cm であるとする．大口径ピストンに質量 M = 500 kg の自動車が乗せてある．この自動車を押し上げるためには小口径ピストンに幾らの力 F を加えなくてはならないか．また，大口径ピストンに乗せられた自動車を 10 mm 押し上げるためには小口径ピストンをどれほど押し下げなくてはならないか.

略解

式 2-3 より

$F = Mg\ (D_1/D_2)^2$=500kg×9.8m/s^2×(30/300)^2=49N　　　　　　　　（答）

小口径ピストンを押し下げる距離を x とすると

xD_1^2=10mm×D_2^2

よって，x=10mm×(300/30)^2=1m

となる。　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（答）

５．　図 2-35 は液体を超高圧加圧する際に用いられるポンプの概略図である．中央部にある断面積 A_1 の大口径ピストンを油圧で左方向に駆動する．大口径ピストンの左端には断面積 A_2 の小口径ピストンが接続されており，小口径シリンダーに加圧する液体を入れる．大口径シリンダー左右の圧力はそれぞれ p_0 (= 0 MPa)，　p_1，小口径シリンダー内の圧力は p_2 の時，p_1 と p_2 との関係式を求めよ．また，p_1 = 20 MPa, A_1 = 20 cm^2,

A_2 = 1 cm^2 である場合，p_2 を求めよ．ただしピストンとシリンダー間などの摩擦力などは無視してよい．

略解

等速運動をする場合，ピストンが受ける力が釣り合っているから，

$P_2A_2+p_0(A_1-A_2)=p_1A_1$　　　　となる。

さらに，　p_0=0 とすると

$P_2A_2=p_1A_1$　　　（答）

となる。数値を代入すると，

$P_2=p_1A_1/A_2$=20MPa×20 cm^2/1 cm^2=400MPa　　　　（答）

2 章　ワークシート問題

１．図 2-5 の水圧機において，ピストン A の質量を 20 kg 増加させた場合，ピストン B に作用する力はどれほど増加するか．ここで，A_0 = 5 cm^2，A_1 = 500 cm^2 とする．

略解

ピストン A の質量増加 m による圧力増加を$\varDelta p$ とすれば，

$$\varDelta p = m\,g\,/A_0$$

パスカルの原理によってピストン B に加わる圧力も$\varDelta p$ 増加する．従ってピストン B に作用する力の増加 F は

$$\mathrm{F} = \varDelta p \times A_1 = m\,g \times (A_1\,/\,A_0\,)$$
$$= 20\mathrm{kg} \times 9.8\mathrm{m/s^2} \times (500\,/53\,) = 19.6\ \mathrm{kN} \quad （答）$$

２．図 1 に示すような U 字管マノメータにより，大気圧（絶対圧）p_a を求めよ。ただし，p_A は絶対圧で 0.10MPa であり，水の比重を 1.0，CCl_4 の比重を 1.6 とする。

略解

水と CCl_4 の密度を ρ_w，ρ_{CCl4} とすると

点 B での圧力は　$p_a+\rho_w g\times70\times10^{-3}$ Pa

点 C での圧力は　$p_A+\rho_{CCl4} g\times200\times10^{-3}$ Pa

であり，両者が等しいので

$p_a+\rho_w g\times70\times10^{-3}=p_A+\rho_{CCl4} g\times200\times10^{-3}$

$\therefore p_a=p_A+g\,(\rho_{CCl4}\times200-\rho_w\times70)\times10^{-3}$

$\quad=p_A+g\rho_w\,(\rho_{CCl4}/\rho_w\times200-70)\times10^{-3}$

$\quad=0.1\times10^6+9.8\times1000(1.6\times200-70)\times10^{-3}$

$\quad$=102450Pa=102kPa　　　　（答）

３．図２において，点 A と B の圧力を求めよ。ただし，油の比重を０．８５とする。

略解

油の密度を ρ_o とすると，ゲージ圧で点 A の圧力 p_A は

$p_A=-\rho_o g\times1.1\mathrm{m}=-850\mathrm{kg/m^3}\times9.8\mathrm{m/s^2}\times1.1\mathrm{m}=-9163\mathrm{Pa}=-9.2\mathrm{kPa}$

$p_B=p_A+\rho_o g\times0.9\mathrm{m}$

$\quad=-9163\mathrm{Pa}+850\mathrm{kg/m^3}\times9.8\mathrm{m/s^2}\times0.9\mathrm{m}=-1666\mathrm{Pa}=-1.7\mathrm{kPa}$　（答）

４．図３で点 A,B の間の圧力差（p_B-p_A）を求めよ。ただし，水の比重を 1.0，CCl_4 の比重を 1.6，水銀の比重を 13.6 とする。

略解

点 A,B での圧力を p_A, p_B，さらに水，CCl_4，水銀の密度を ρ_w, ρ_{CCl4}, ρ_{Hg} とすると

点 C での圧力 p_C は　$p_C = p_A + \rho_w \times g \times 0.1\text{m} + \rho_{Hg} \times g \times 0.2\text{m}$

点 D での圧力 p_D は　$p_D = p_B + \rho_{CCl4} \times g \times 0.3\text{m}$

となり両者は等しいので

$p_A + \rho_w \times g \times 0.1\text{m} + \rho_{Hg} \times g \times 0.2\text{m} = p_B + \rho_{CCl4} \times g \times 0.3\text{m}$

$\therefore p_B - p_A = -\rho_{CCl4} \times g \times 0.3\text{m} + \rho_w \times g \times 0.1\text{m} + \rho_{Hg} \times g \times 0.2\text{m}$

$= g(-0.3\rho_{CCl4} + 0.1\rho_w + 0.2\rho_{Hg})$

$= 9.8\text{m/s}^2 \times (-0.3\text{m} \times 1600\text{kg/m}^3 + 0.1\text{m} \times 1000\text{kg/m}^3 + 0.2\text{m} \times 13600\text{kg/m}^3)$

$= 22932\text{Pa} = 22.9\text{kPa}$　　（答）

５．図４に示すように垂直な壁 AB が両側に貯められた水から力を受けている。両側の水から受ける全圧力の合力 P_t と作用位置 z を示せ。

ただし，水の密度を $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ とする。

略解

式 2－23 で h=0 とおくと全圧力 P は

$$P = \rho gab\frac{a}{2} = \frac{1}{2}\rho ga^2 b$$

となる。

一方，式２―２８より圧力中心の水面からの座標は

$$z_c = \frac{a}{2} + \frac{a^2}{12(a/2)} = \frac{2}{3}a$$　となる。

従って，左側の水から受ける全圧力 p_1 は

$P_1 = \frac{1}{2}\rho g a_1^2 b$　となり，右側の水から受ける全圧力 p_2 は

$P_2 = \frac{1}{2}\rho g a_2^2 b$　となる。従って，合力 P_t は次のようになる。

$$P_t = P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho g b(a_1^2 - a_2^2)$$

a_1=2.0m,a_2=1.5m,b=1m, ρ=1000kg/m^3,g=9.8m/s^2 の数値を代入すると，

$$P_t = \frac{1}{2}1000 \times 9.8 \times 1 \times (2.0^2 - 1.5^2) = 8575\text{N} = 8.6\text{kN}$$　（答）

点 B でのモーメントの釣り合いから

$$P_t \times z = P_1 \times z_1 - P_2 \times z_2 = P_1 \times \frac{1}{3}a_1 - P_2 \times \frac{1}{3}a_2$$

$$\therefore z = \frac{1}{3}(a_1^3 - a_2^3)/(a_1^2 - a_2^2) = \frac{1}{3}(a_1 - a_2)(a_1^2 + a_1 a_2 + a_2^2)/(a_1^2 - a_2^2)$$

$$= \frac{1}{3}(a_1^2 + a_1 a_2 + a_2^2)/(a_1 + a_2)$$

となり，数値を代入すると

$$z = \frac{1}{3}(a_1^2 + a_1 a_2 + a_2^2)/(a_1 + a_2) = \frac{1}{3}(2.0^2 + 2.0 \times 1.5 + 1.5^2)/(2.0 + 1.5)$$

$$= 0.88\mathrm{m}$$

となる。（答）