

# 学習指導要領解説書から予想される整数問題（続き）

福島國光

前号に続いて、新学習指導要領、「数学A」の整数の分野において予想される問題を考えてみたい。

前号では、(ア) 約数と倍数、(イ) ユークリッドの互除法を取り上げたので、(ウ) 整数の性質の活用の分野が中心になる。

新学習指導要領では、「2進法などの仕組みや、分数が有限小数又は循環小数で表される仕組みを理解し、整数の性質を事象の考察に活用できるようにする。」とある。したがって、まず、2進法の表記法である。

次の2進法で表された(1)の数を10進法で、10進法で表された(2)の数を2進法で表せ。

(1) $11010_{(2)}$	(2) 14
$(1) 11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ $= 16 + 8 + 2$ $= 26$	
(2) 右の割り算より $2 \overline{) 14}$ $14 = 1110_{(2)}$	
(別解) $2 \overline{) 14}$ $\quad 7 \dots\dots 0$ $\quad 3 \dots\dots 1$ $\quad 1 \dots\dots 1$	
$2^3 < 14 < 2^4$ であるから $14 = a_1 \times 2^3 + a_2 \times 2^2 + a_3 \times 2^1 + a_4 \times 2^0$ $(a_1 = 1, a_2, a_3, a_4 \text{ は } 0 \text{ または } 1)$ $14 = 8 + 4a_2 + 2a_3 + a_4$ $6 = 4a_2 + 2a_3 + a_4$ より $a_2 = 1$ $2 = 2a_3 + a_4$ より $a_3 = 1, a_4 = 0$ よって、 $14 = 1110_{(2)}$	

さらに、2進法による加法、減法、乗法、除法も扱われる。

次の計算をし、結果を2進法で表せ。	
(1) $1010_{(2)} + 1011_{(2)}$	(2) $11010_{(2)} - 1001_{(2)}$
(3) $110_{(2)} \times 11_{(2)}$	(4) $1001_{(2)} \div 11_{(2)}$
$(1) \begin{array}{r} 1010 \\ + 1011 \\ \hline 10101 \end{array}$	$(2) \begin{array}{r} 11010 \\ - 1001 \\ \hline 10001 \end{array}$

(1) $1010_{(2)} + 1011_{(2)} = 10101_{(2)}$	(4) $11 \overline{) 1001}$ $\quad 11$ $\quad \underline{11}$ $\quad 11$ $\quad \underline{11}$ $\quad 0$
(2) $11010_{(2)} - 1001_{(2)} = 10001_{(2)}$	(3) $110_{(2)} \times 11_{(2)} = 10010_{(2)}$
(3) $110_{(2)} \times 11_{(2)} = 10010_{(2)}$	(4) $1001_{(2)} \div 11_{(2)} = 11_{(2)}$

ここまでの2進法での表記法と演算は、3進法や5進法などの表記法でもやれるが、発展性などを考えると、それほど重きを置かれたいのではない。特に、乗法や除法はそうであろう。

10進法で表された小数を2進法で表すことと、その逆もある。

2進法で表された $0.101_{(2)}$ を10進法で表せ。	また、10進法で表された $0.75$ を2進法で表せ。
$0.101_{(2)} = 1 \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{2^2} + 1 \times \frac{1}{2^3}$ $= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 0.625$	
$0.75 = \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \dots$ として、両辺に2を掛ける。 $1.5 = a_1 + \frac{a_2}{2} + \frac{a_3}{2^2} + \dots$	この順に書く $\begin{array}{r} 0 \overline{) 0.75} \\ \times \quad 2 \\ \hline 1 \overline{) 1.50} \\ \times \quad 2 \\ \hline 1 \overline{) 3.00} \end{array}$
整数部分を比較して $a_1 = 1$ 、さらに	
$0.5 = \frac{a_2}{2} + \frac{a_3}{2^2} + \frac{a_4}{2^3} + \dots$ として、2を掛ける。 $1.0 = a_2 + \frac{a_3}{2} + \frac{a_4}{2^2} + \dots$ より $a_2 = 1$	
ゆえに $0.75 = 1 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2^2} = 0.11_{(2)}$	

2進法以外の演算も考えられるので、4進法での演算を1つ紹介しておく。

N進法の演算では、次のような加法の表と乗法の表を利用して行なう。

