●話材

●ベクトルの合成とは　―力の合成と合力―●

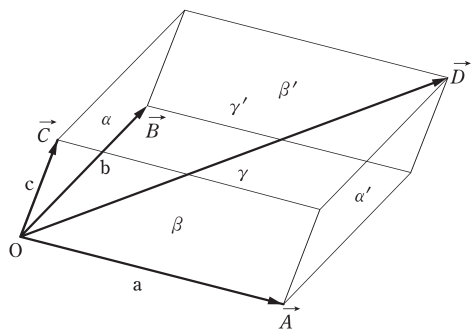
ベクトルの合成とは，２つのベクトル$\vec{A}$，$\vec{B}$の和（ベクトル和$\vec{A}+\vec{B}$）となるベクトル$\vec{C}$を求めることであり，㊙p.38のように，平行四辺形の法則から作図により求めることができる。これを繰り返すことにより，３つ以上のベクトルの和も求めることができる。ベクトルの和を合ベクトルという。

これに対して，ベクトルの合成の逆を意味するベクトルの分解は，それだけでは，あいまいな概念である。文字通りの意味は，１つのベクトル$\vec{C}$を（その和が元のベクトルになるような）２つのベクトル$\vec{A}$，$\vec{B}$に分けることであるが，その方法は無限にある。㊙p.39にあるように，２つのベクトル$\vec{A}$，$\vec{B}$の方向を定めれば，分解が一通りに定まる。その方法は，次のようになる。

原点Ｏを始点として描いたベクトル$\vec{C}$の先端をＣとし，ベクトル$\vec{C}$を原点Ｏを通る２直線a，bに沿った２つのベクトル$\vec{A}$，$\vec{B}$に分けることを考える。Ｃを通り，直線a，bに平行な直線を，それぞれ，a′，b′とし，aとb′の交点をＡ，a′とbの交点をＢとすれば，原点Ｏを始点としＡ，Ｂを先端とするベクトルが求める$\vec{A}$，$\vec{B}$となる。このとき，４直線a，b，a′，b′は平行四辺形を形成する。ベクトルを分解したものを分ベクトルという。

それでは，３つのベクトル$\vec{A}$，$\vec{B}$，$\vec{C}$の和であるベクトル$\vec{D}$を，もとの３つのベクトルの方向をもつ３つのベクトルに分解することができるだろうか？これは，なかなかの難問である。ベクトル$\vec{D}$の始点を原点Ｏ，先端を点Ｄとし，ベクトル$\vec{D}$を原点Ｏを通る３直線a，b，cに沿った３つのベクトル$\vec{A}$，$\vec{B}$，$\vec{C}$に分けることを考える。２直線b，cを含む平面をαとし，２直線c，aを含む平面をβとし，２直線a，bを含む平面をγとする。Ｄを通り，平面α，β，γに平行な平面を，それぞれ，α'，β'，γ'とし，直線aと平面α'の交点をＡ，直線bと平面β'の交点をＢ，直線cと平面γ'の交点をＣとすれば，原点Ｏを始点としＡ，Ｂ，Ｃを先端とするベクトルが求める$\vec{A}$，$\vec{B}$，$\vec{C}$となる。このとき，６平面α，β，γ，α'，β'，γ'は，平行六面体を形成する。

ベクトルの分解と感覚的には似ているが，まったく異なる概念に，ベクトルの成分，あるいは，成分への分解がある。ベクトルを成分に分解するには，まず，ベクトルを考えている平面（２次元空間），あるいは空間（３次元空間）の直交座標系を定める必要がある。ベクトルの（直交座標（方向の））成分とは，ベクトルを直交座標方向の２つあるいは３つのベクトルに分解したとき，それぞれのベクトルの大きさに，それぞれの座標軸の向きと同じとき正の，逆向きのとき負の符号をつけたものである。ベクトルを分解する方向が互いに直交しているので，上に述べた分解の手続きにおける平行四辺形は長方形に，平行六面体は直方体に帰着する。したがって，例えば，x軸の方向の分ベクトルの先端は，もとのベクトルの先端を通り，x軸に垂直な直線あるいは平面とx軸との交点となる。すなわち，ベクトルのx成分は，もとのベクトルのx軸への正射影（の大きさに符号をつけたもの）となる。このとき，y軸やz軸がどちらを向いているかは結果に影響しない。すなわち，ベクトルのある方向の成分は，その方向への正射影として，ベクトル自身と成分を求める方向だけで定まることがわかる。このように，ベクトルの成分は，ベクトルの分解とは独立の概念であり，任意の方向について定義することができる。



●接触力●

接触している2物体は接触面を通して互いに力(接触力)を及ぼし合っている。接触している物体間にはたらく力は，1つの物体の内部どうしでも同様に考えることができる。物体と物体の境界面，あるいは，1つの物体内に仮想的に考えた面の両側が互いに及ぼし合う，単位面積あたりの力を(広い意味の)応力(stress)という。これらは互いに作用・反作用の関係にあるが，通常，及ぼす力ではなく，受ける力を応力とよんでいる。1つの物体内の応力を(強調して)内部応力ということもある。応力の次元は力÷面積であり，SIでは N/m^2 = Pa(パスカル)を単位として用いる。応力の面に垂直な成分を垂直(法線)応力，平行な成分を剪(せん)断(接線)応力(ずれ応力)という。一般に(剛体でない限り)物体は，応力を受けると変形する。変形の度合いを表す物理量を歪み(strain)という。stressはstrainを引き起こすものという意味をもつ。

静止状態で，剪断応力のはたらかない物質を流体という。静止した流体(液体と気体)中の面では押し合う向きの垂直応力のみがはたらき，圧力とよばれる。一般に，運動している流体中では剪断応力もはたらく。流体のこの性質を粘性という。粘性を無視できる流体を完全流体という。

固体どうしが接触している場合に受ける垂直抗力および摩擦力は，垂直応力および剪断応力を接触面積について加え合わせたものである。垂直抗力は互いに押し合う向きにはたらいている。さもなければ，両者は互いにめり込んでしまうからである。摩擦力は，両者が相対運動していない場合には，静止摩擦力とよばれる。また，相対運動している場合には動摩擦力とよばれ，相対運動を妨げる向きにはたらく。固体の内部では，互いに引き合う向きの垂直応力も可能で，引っ張り応力とよぶ。

一般には，物体中の1点における応力は，考える面の方向を指定して初めて定まるベクトル量であり，面の法線方向と応力ベクトルの方向の両方の座標成分を表す $3 \times 3 = 9$ 個の成分をもつ物理量である。このような量はテンソルとよばれる。

●摩擦力のミクロな理論●

動力を使って機械を動かし，仕事をするときには，摩擦は機械を摩耗・変質させ，エネルギーを無駄に熱に変える望ましくない存在である。しかし，道を歩くときや自動車を運転するときには摩擦は必要である。また，毛織物の毛糸がほどけないのも，紐を結ぶとき結び目がほどけないのも摩擦のためである。釘が木材から抜けないのも，ナットがボルトからはずれないのも摩擦のためである。このように，摩擦は日常生活にとって必要なのである。

摩擦の法則は，(1) 最大摩擦力と動摩擦力は垂直抗力に比例し，(2) 摩擦力は見かけの接触面積によらない，と表される。このことは，15世紀の中頃にレオナルド・ダ・ビンチによって発見され，1699年にフランスのアモントンによって再発見された。1779年，クーロンはこれを再確認し，さらに，(3) 最大摩擦力が動摩擦力よりも大きいこと，(4) 動摩擦力は速度によらず一定であること，を発見した。これらは，クーロンの摩擦法則，あるいは，アモントン＝クーロンの摩擦法則とよばれる。

摩擦の無視できる表面を「滑らかな」表面というが，実際に，金属の表面をある程度以上，平らに磨き上げると逆に摩擦が増加することが知られている。摩擦力は接触し合う2つの物体の表面の分子の間にはたらく分子間力(さらに突き詰めれば電気力)が原因の複合的な効果による力なので，摩擦の法則は万有引力の法則のような正確に成り立つ基本的法則ではなく，表面の状態にも依存する近似的経験法則である。

摩擦はどのような機構で生じるのだろうか。普通の場合，平らに見える表面も原子のスケールでは凹凸があり，平面ではない。その上，酸化物の膜や付着物で覆われている。2つの物体を重ねると，表面の高くなっている箇所だけが接触し合うので，ミクロに見た接触面積は，マクロに見た接触面積の $1/10^4$ 程度といわれる。微小な接触点の多くは，分子間力で接合されている。この状態を凝着という。静止摩擦力は，凝着部分に横にずらそうとする力を加えたときの弾性変形に対する復元力の総和とみなすことができる。横向きの力を

さらに大きくすると，ある限界（最大摩擦力）で，凝着部分が横に引きちぎられ（剪断され），移動した後で新たな接触点が凝着し，また剪断されることを繰り返す。

摩擦の法則を，このような視点から説明する簡単なモデルを考えよう。接触面上の凝着点の個数は垂直抗力の大きさと共に増減すると考えられるが，凝着点は，平均して1個あたり$f_\perp$の垂直抗力を支えることができ，横方向のずれxに応じて弾性変形して復元力$f=-kx$がはたらき，ずれが限界値Δxに達すると剪断され，Δxだけずれた新しい地点で凝着が起こると仮定する。

垂直抗力をNとすると，接触面積内の凝着点の数は$\dfrac{N}{f_\perp}$となり，これらすべてが剪断される直前の復元力の合力，すなわち，最大摩擦力は$F=\mu N=\left(\dfrac{k\Delta x}{f_\perp}\right)N$となる。よって，静止摩擦係数は$\mu=\dfrac{k\Delta x}{f_\perp}$と表されることになる。この2物体が距離$l$だけ相対運動する間に，1つの凝着点は$\dfrac{l}{\Delta x}$回だけ剪断され，1回の剪断につき，$\dfrac{k\Delta x^2}{2}$の弾性エネルギーが失われる。動摩擦力$F'$がした仕事，すなわち，失われた弾性エネルギーは

$$W=\frac{N}{f_\perp}\frac{l}{\Delta x}\frac{k\Delta x^2}{2}=\frac{k\Delta x}{2f_\perp}Nl$$

となり，

$$F'=\mu' N=\frac{k\Delta x}{2f_\perp}N$$

が得られる。

このモデルでは，最大摩擦力と動摩擦力は垂直抗力に比例し，摩擦力は接触面積によらず，動摩擦力は速度によらず，最大摩擦力が動摩擦力よりも大きく，$\mu'=\dfrac{\mu}{2}$となる。

摩擦の法則は，法則というために私たちはあたりまえと思いがちだが，実は現代物理学でも完全に理解されてはいないのである。

●圧力，水圧，大気圧●

静止した流体の圧力　静止している流体は，その中の任意の向きの面に垂直に圧力を及ぼす。同一の点ではすべての方向への圧力の大きさは等しい。もし，面に平行な力があれば，面の両側がすれ違うように動き，向きによって圧力が違えば，圧力の高い向きに縮んだり低い方向に伸びたりして，静止しないからである。静止した水中や大気中での圧力の大きさを，それぞれその点での水圧（あるいは静水圧）や大気圧という。

本来，応力は9個の成分をもつテンソルであり，静止流体中の圧力は，考えている面に垂直なベクトルとなるが，その大きさは方向に依存しない。したがって，この場合の「圧力」は，ベクトルとしての圧力よりはスカラー量である圧力の大きさを表していると考えてよい。

重力下での流体中の圧力は，高さが同じならば一定であるが，高さが高くなれば減少し，深さが深くなれば増加する。これは，2つの高度の間の柱状の流体のつり合いの条件から説明できる（㊙ p.50式〈12〉）。これから，静止流体中のある点での圧力は，水平な単位面積に加わる，それより上にある柱状の流体にはたらく重力であるということができる。

$$P=\frac{\rho Shg}{S}+P_0=\rho hg+P_0$$ 教 p.50式〈12〉

ただし，この式が成り立つのは，密度が圧力によって変わらない場合である。この条件を満たす流体を，縮まない流体という。液体は縮まない流体に近いが，理想気体の密度は圧力に比例して変化する。密度が変化する場合は，$\rho h\rightarrow\int\rho(z)\,\mathrm{d}z$と置き換える。

地表での大気の圧力　1643年のトリチェリの真空の実験で，地表での大気の圧力が高さ約76 cmの水銀柱を支えることが発見された。水銀の密度を$\rho=13.5951\ \mathrm{g/cm^3}=13595.1\ \mathrm{kg/m^3}$，重力加速度$g=9.80665\ \mathrm{m/s^2}$とすると，高さ76 cmの水銀柱の根元での水銀の圧力，つまり，大気圧Pは

$$\begin{aligned}P&=\rho gh\\&=13595.1\ \mathrm{kg/m^3}\times9.80665\ \mathrm{m/s^2}\times0.76\ \mathrm{m}\\&=1013250144\ \mathrm{Pa}\approx1013.25\ \mathrm{hPa}\end{aligned}$$

となる。1954年，第10回国際度量衡総会で，1標

本文解説　1章

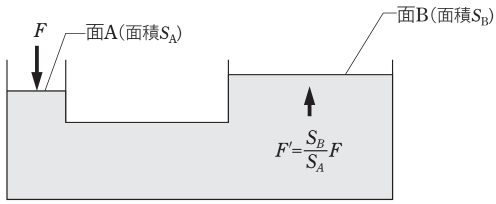
準大気圧（1気圧，記号 atm）は1013.25 hPa と定義された。

なお，高さが1 mm の水銀柱の圧力を1水銀柱ミリメートル（mmHg）というが，その大きさは水銀の密度や重力加速度の大きさに依存する。世界気象機関（WMO）は水銀柱ミリメートル（協定水銀柱ミリメートル）を「重力加速度が正確に980.665 cm/s^2 である地点において，密度が正確に13.5951 g/cm^3 である流体の高さが正確に1 mm である垂直な柱の底面における圧力」と定義している。1 mmHg という実用単位は現在でも血圧の単位として使用されている。また，これとほぼ一致するが，1 atm の$\frac{1}{760}$をトリチェリにちなんで1トル（Torr）といい，真空度を表すために使われていた。

水圧と水深，大気圧と標高の関係　水の密度は約1000 kg/m^3 なので，水圧は水深約10 m ごとに1 atm ずつ増加する。地表付近での大気の密度は1.29 kg/m^3 なので，地表付近での大気の圧力は1 m 上昇すると$1.29 \times 9.8 \times 1$ Pa $= 12.6$ Pa ずつ減っていく。したがって，100 m 上昇すると，1260 Pa 減る（高度計に利用）。この割合で減少していくと大気の厚さは約10 km になるが，上昇するにつれて密度が減少していくので，そうはならない。面積1 cm^2 あたり約10 N の力が作用しており，水平な地面の面積1 cm^2 の部分の上の空気の質量は約1 kg であることに変わりはない。

パスカルの原理　密閉容器の中の静止流体の圧力は，高さが同じならば一定であるが，高さが高くなれば減少する。この流体内の1点の圧力をある大きさだけ増加させると，流体内のすべての点の圧力は同じだけ増加する。この事実はパスカルが1653年に発見したので，パスカルの原理という（SI での圧力の単位 Pa（パスカル）は，彼にちなんで命名された）。

パスカルの原理は，いろいろな機械に応用されている。例えば次図の水圧ジャッキでは，面積 S_{A} の小さな面Aを力 F で押すと，液体の圧力は$\frac{F}{S_{\mathrm{A}}}$増加するので，面積 S_{B} の大きな面Bには $F' = \frac{F}{S_{\mathrm{A}}} \times S_{\mathrm{B}} = F\frac{S_{\mathrm{B}}}{S_{\mathrm{A}}}$ の力を加えるとつり合う。S_{A} に比べ，S_{B} を大きくすると，面Aにそれほど大きな力を加えなくても，面Bの上の重い物を上に持ち上げられる。ただし，面Aを距離 l 押したとき，体積 $S_{\mathrm{A}}l$ の流体が移動し，面Bは距離 $l' = \frac{S_{\mathrm{A}}}{S_{\mathrm{B}}}l$ だけ移動するので，力 F がする仕事と力 F' がされる仕事は，仕事の原理より，等しい。



パスカルの原理を利用した油圧装置は，力の増幅のためだけではなく，力をアナログ的に伝達できるため，航空機や自動車などの応答性を要する制御にも使われている。

絶対圧とゲージ圧　私たちは，大気圧の存在を意識しないことが多く，例えば，血圧やタイヤの空気圧を表すのに，真の圧力（絶対圧）の代わりに大気圧との差を慣習的に用いている。これをゲージ圧という。ゲージ圧であることを明示するときは，Pa の代わりに，PaG と書く。

●空気や水の抵抗力(流体力学より)●

運動する流体・流体中の運動　流体の内部の平面，あるいは流体と他の物体(固体・流体)との境界面では，相対運動がないときは，面に垂直な圧力のみが作用し合っていた。相対運動している場合には，粘性に起因する剪断応力(摩擦応力)がはたらく。

y 方向の速度 v_y が x 方向の距離 Δx あたり，Δv_y の割合で変わるとき(速度勾配が $\frac{\Delta v_y}{\Delta x}$)，$x$ 軸に垂直な単位面積あたりにはたらく y 方向の力を，$\tau_{xy} = \eta \frac{\Delta v_y}{\Delta x}$ と表すとき，η を流体の**粘度**(粘性率・粘性係数)という。

粘度 η が速度勾配 $\frac{\Delta v_y}{\Delta x}$ に依存しないとき，この流体をニュートン流体という。ニュートン流体では粘度 η は流体固有の量であり，温度に依存するが圧力にはあまり依存しない。

抗力　身のまわりの落下運動では，空気の抵抗が無視できない場合が多い。雨滴の落下やスカイダイビングはその例である。液体や気体の中を運動する物体(固体)の受ける抵抗力(抗力) F は，表面での摩擦応力の合力である粘性抵抗(摩擦抵抗)と，表面での圧力の合力である圧力抵抗の和である。低速では速度 v に比例する粘性抵抗が，高速で物体の後方に渦ができるようになると，物体の受ける抵抗力は速さの2乗に比例する圧力抵抗が主要な寄与をする。

粘性抵抗　重力などの外力がないとき，粘度 η の縮まない流体の一様な遅い流れの中に，半径 R の球を固定したときの流体中の速度，圧力を未知関数として，遠方では一様な速度 v の流れ，球の表面では速度 $= 0$ という境界条件で解き，剪断応力を球面全体にわたって加えると，球が受ける粘性抵抗として，

$$F = 6\pi\eta R v$$

が得られる。これを**ストークスの法則**という。

圧力抵抗(慣性抵抗)　流れが速くなり，物体から流れが剥離して，後部に渦ができるようになると，物体の受ける抵抗力は速度の2乗に比例するようになる。後部の渦の部分での流体の圧力は遠方での圧力にほぼ等しいが，物体の前部では相対速度が0となり(よどみ点という)流体の圧力は遠方での速度の2乗に比例して増加するからである(ベルヌーイの定理の動圧と類似の効果)。

静止した流体中を断面積 A の物体が速度 v で動く場合を考えると，時間 t の間に物体の前面に衝突する流体粒子の全質量は $\rho A v t$ である。これらの流体粒子は物体に引きずられ，ほぼ等速度になる。したがって，物体は力積 $P = \rho A\, vt \cdot v = \rho A\, v^2 t$ 程度の運動量を失う。これは，受ける抵抗が，

$$F = \frac{1}{2} C \rho A v^2$$

と表されることを示す。C は物体の形状に依存する0.5～1の定数である。この力を，圧力抵抗，慣性抵抗(流体の質量が効くので)，形状抵抗(形状に依存するので)などという。ジェット機が飛行中に受ける抵抗力は，この式に非常によく合う。

自動車が高速で走る場合に空気から受ける抵抗は慣性抵抗である。したがって，自動車が高速で走る場合には，自動車のエンジンは，速さの2乗に比例して増加する慣性抵抗につり合う前向きの力のする仕事をしなければならない。このために2地点間のドライブでのガソリンの消費量は速さの2乗に比例して増加する。

参考：ベルヌーイの定理　縮まない完全流体(粘性がない)の定常流では，流線に沿って，

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + p = \text{const}$$

が成り立つ。$\frac{1}{2}\rho v^2$ を動圧という。

揚力　空気中を運動する物体には，抵抗の他に揚力が作用する。揚力は物体の運動方向に垂直に作用する力で，空気より密度の大きな飛行機が空中を飛行することを可能にする力である。圧力抵抗と揚力は，共に粘性によって引き起こされた流れの剥離で生じた圧力の不均衡による力で，$\frac{1}{2}\rho v^2$ に比例する。

重力下ではこの他に，流体中のすべての物体には(静止していても)圧力の合力として**浮力**が作用する。

●慣性質量と重力質量●

二種類の質量　ある物体に同じ力を加えても，重い物体はびくともしないが，軽いものは容易に動き出す。「動き出す」とは速度の変化，すなわち加速度のことである。この物体の「動きやすさ」は運動方程式（[質量] × [加速度] ＝ [力]）に登場する[質量]の大小で理解される。

その一方，普通，“重さ”とは地上の重力を受ける度合いのことである。すなわち，[重さ] ＝ [重力を受ける度合い] × [重力]であり，物体の[重力を受ける度合い]の大小が物体の軽重を決めている。ここで[重力]という特殊な力が登場している。[重さ] ＝ 0という無重力は，地上の環境と違って[重力] ＝ 0の状態にあることである。物体に固有の属性である[重力を受ける度合い]が，重力の環境でころころ変わるわけではない。月の表面では[重力]が地上の0.17倍（つまり$\frac{1}{6}$倍）だから，[重力を受ける度合い]は同じでも，[重さ]は0.17倍に軽くなるのである。

ここで何気なく使っている“重い”，“軽い”という表現には，二重の意味が混在していることに気づく。すなわち，運動方程式の[力]は重力に限られない一般の力であるから，ここに現れる[質量]は重力とは無関係に定義される概念である。それなのに，重力という特殊な力に対する物体の属性にすぎない“重い”，“軽い”という表現を，運動方程式に登場する[質量]にも使っているのは，適当ではない。すなわち，[質量]と[重力を受ける度合い]を混同しているのである。[重力を受ける度合い]も質量とよばれている。

さらに，地上の[重力]は地球の質量でつくられているともいわれる。この場合の質量は[重力をつくる度合い]の意味である。しかし，2つの物体にはたらく重力は相互的なもので，どちらも[つくる]側でもあり[受ける]側でもある。だから[重力を受ける度合い]の質量と[重力をつくる度合い]の質量の区別は不可能であり同じものである。

こうして，「運動方程式に登場する質量」と「重力という特殊な力」に関係した質的に異なる2種類の質量の存在に気づく。前者は慣性質量，後者は重力質量とよばれる。

等価原理　本当は2種類の質量があるにもかかわらず，両者を混同して“重い”とか“軽い”などというのは，大変粗雑な誤りを犯しているような気になるが，現実には何の支障もないことも事実である。ということは，各々の質量が導入された筋道からいうと確かに別物に見えるが，現実には同じものなのではないかと思えてくる。

両者を同じものだと見なす考え方を，**等価原理**という。ガリレオがピサの斜塔で行ったと伝えられる落下実験で，落下物を石や鋼鉄に変えても落下は同じであったという結果は，この等価原理の最初の検証といえる。さらに，20世紀始めに，ローラン・エトヴァスという人はこの等価原理をねじれはかりの実験で確かめようとした。地上の物体は，地球からの重力と地球自転による遠心力の合力を受けている。重量には重力質量が関与し，遠心力には慣性質量が関与する。だから，異なった物質で両質量の比が異なれば，重力と遠心力の合成力の方向がわずかに異なる可能性がある。この合力の向きの差をねじれはかりによって測定する。この実験によって，物体の種類にかかわらず両者の比は一定であることがわかり，等価原理が検証された。彼の後もこの検証は続けられ，現在，等価原理は10^{-13}の精度で検証されている。

一般相対論　実は，アインシュタインの一般相対論は，この等価原理を1つの前提にして構築された。突破口となった思考実験は「加速度運動で重力を消すことができる」という「落下するエレベーター」である。慣性質量と重力質量を等価とみなすだけでなく，慣性力と重力も等価であると考えたのである。

この拡張された等価原理だと，光も落下する。無重力系で横に直線的に進む光線でも，それを加速度系から見ると，光線の軌跡は落下のように彎曲する。加速度系での慣性力を重力とみなせば，重力のもとでは光線も落下するという，物理的に新しい効果が予言される。さらに，曲率をもつ空間での直進経路（最短距離）は曲線であることを思い起こすと，重力があるとは曲率をもつ時空（時間空間）であることより，物理学の法則を表すために，リーマン幾何学が登場したのである。

●力学の保存則と対称性●

最近相次いだ日本人のノーベル賞の業績には，キラル（カイラル）対称性（野依），対称性の自発的破れ（南部），CP対称性破れ（小林・益川），などのように対称性という言葉がキーワードとして登場している。どうも対称性という概念が，現代の物質科学の基礎にあるようである。対称性（シンメトリー）と聞くと連想されるのは，形状の左右対称のような性質である。しかし，現在の科学での対称性は，形状の対称性という概念を，抽象的に意味を拡張したものである。

形状の対称性を分解してみると，「変換しても不変である」ということであり，「変換」と「不変」の2つの要素からなる。左右対称とは，鏡に映す鏡像「変換」した像がもとの像と重なるから「不変」だということである。ここで，「変換」と「不変」を形以外のものに拡張するのである。

$y = x^2$ という数式は x を $-x$ に置き換える「変換」に対して，$y = (-x)^2 = x^2$ だから「不変」である。そこで「$y = x^2$ という式は $x \to -x$ に対して対称だ」というのである。もっとも，この例の数式はすぐに曲線を連想させ，「要するに曲線が y 軸に対して左右対称だといっているだけで，あくまでも形の話だ」と“誤解”されそうである。しかし対称性の抽象的拡張というのは，数式の次元にとどまって曲線を想像しないことである。数式の形が変わらないことが，不変なのである。

こんな一見形式的な話が，高校物理学とどう関係しているのだと訝しく思うかもしれない。結果を先にいうと，力学の基本原理のようにいわれるエネルギー，運動量，角運動量の保存則は，時間空間の対称性に由来しているのである。すこし制限を加えると，外場がなく孤立している多体系全体のエネルギー，運動量，角運動量のことである。

時間空間の対称性　時間空間の対称性とは，時間も空間も一様であり，空間は等方である，というものである。一様とは，時間空間に設定された座標系で測定した t や x に，$t \to t+a$，$x = x + b$ のように座標原点を a や b だけずらす並進「変換」を行っても，「力学の方程式」は変わらず「不変」だという対称性である。また，等方性とは空間座標の軸をどの方向に「変換」しても，運動の方程式の形は「不変」であるというものである。

力学には，さらに時間空間にまたがるガリレオ変換に対する対称性もある。等速「変換」でどの慣性系に移ってみても，物理現象（粒子の力学も電磁気学も）は「不変」であるという相対論こそ，対称性原理が使われだした発祥地なのである。これは，20世紀はじめ，ポワンカレによるものである。

ネーターの定理　形から数式の不変性としての対称性への拡大は，決闘で夭折した数学者ガロアの群論的発想に起源をもつが，対称性を連続「変換」の群論的考察まで拡張されたのは19世紀末であった。1917年，ヒルベルト研究室の女性数学者エミー・ネーターが，対称性と力学における保存則の関係を証明した。ヒルベルトは，数学理論の形式化を推進したが，形式的な対称性を現実の物体に及ぶ力や運動を支配する保存則に結びつけたのは，その成果である。

ネーターが基礎にした「運動の方程式」は，ラグランジアンを時間で積分した作用積分である。ラグランジアンは，$L = T - V$ で与えられる。ここで T は運動エネルギー，V はポテンシャル・エネルギーである。座標系の並進変換や回転変換によってもこの作用積分が「不変」であれば，運動に沿ってエネルギー，運動量，角運動量が保存することが証明される。これがネーターの定理である。

運動量保存則　孤立系では，粒子間の力は粒子間の相対距離だけで決まっている。したがって，空間座標の原点を並進変換で変えても，座標の差は不変だから V は不変である。いま，原点が微小に移動すれば，$\delta L = \sum \frac{\partial L}{\partial x_I}\varepsilon_x + \sum \frac{\partial L}{\partial y_I}\varepsilon_y + \sum \frac{\partial L}{\partial z_I}\varepsilon_z$ となる（Σは粒子についての和）。「不変」とは任意の ε_x，ε_y，ε_z に対して $\delta L = 0$ であるから，

$\sum \frac{\partial L}{\partial x_I}\varepsilon_x = 0$，$\sum \frac{\partial L}{\partial y_I}\varepsilon_y = 0$，$\sum \frac{\partial L}{\partial z_I}\varepsilon_z = 0$ が導かれる。

T は並進変換に対して不変だから，

$\sum \frac{\partial L}{\partial x_I}\varepsilon_x = -\sum \frac{\partial V}{\partial x_I}\varepsilon_x = 0$ である。ここで運動方程式 $\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial x_I}$ を使うと，$\frac{d\sum p_i}{dt} = 0$ という運動量保存則が導かれる。y，z 方向についても同様である。

●統一理論の力とは●

1980年頃，標準理論と現在よばれている素粒子物理学が完成した。この達成点は，しばしば力の統一理論ともいわれる。物質の間に存在する力には，古典物理で知られていた重力と電磁気力の他に，素粒子サイズのミクロな近傍でのみ作用する「弱い力」と「強い力」という２つを合わせた４つの力がある。摩擦や筋力などもミクロに分解すれば電磁気力の作用といえる。このように物理現象は，この４つの力で統一的に説明される。

もう１つの「統一」とは，ゲージ場理論という同じ形式の理論に統一されたという意味である。ただ，重力の量子場理論はまだ未完成で，重力を除く３つの力の理論を標準理論という。「弱い力」，「強い力」とは普通名詞のような呼び名だが，前者ではベータ線崩壊が説明でき，後者からは湯川中間子論が目指した核力が導かれる。

量子論では力という概念がない　古典力学の基礎方程式は「力が加速度を決める」であり，運動エネルギーや位置エネルギーは，より根源的な加速度や力から二次的に導入される物理量のような位置づけである。

ところが，量子力学にいくと，力も加速度も理論から姿を消している。例えば，シュレーディンガーの波動方程式という量子力学の基礎方程式には，運動量，位置座標，ハミルトニアン（エネルギー）は姿を変えて登場するが，加速度や力という概念は存在していない。力の代わりに位置エネルギーが基本概念として登場している。

標準理論は，場の量子力学として与えられている。だから「力の統一理論」といっても，古典物理での電磁気や重力の力に相当するものは登場しない。言葉としても「力」ではなく「相互作用」とよんでいるが，「運動状態を変化させる」作用という意味では，古典力学の力と同じである。そこで，広く一般にも馴染みのある力という言葉を，俗称として使用しているわけである。

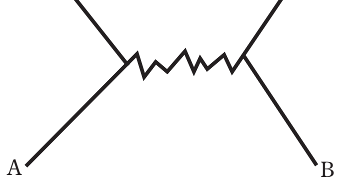
ファインマン・ダイアグラム　場の量子論の計算の際には，よく右図のようなファインマン・ダイアグラムを描く。これはＡとＢの２つの粒子の状態が，力の粒子の交換で変化するようすを表している。ここで交換される力の粒子の種類によっては粒子の種類が変わることもある。すなわち，「状態」の変化には，運動量の変化だけでなく（反応のように）種類の変化も含まれる。古典的力では，種類は変化せず，運動量の変化だけであった。また，古典力学では運動量は徐々に変化するので軌道が滑らかな曲線を描くが，場の量子論の作用ではジャンプ的に変化する。変化する「状態」を指定する物理量として，連続的な運動量だけでなく，電荷やフレーバー（弱い力の荷）の変化まで含めるのだから，変化は途中の値を経由するのでなくジャンプする以外に方法はない。

さらに，「状態」変化には，あるものがなくなったり（吸収），ないところに現れたり（放出）する個数の変動も含まれる。アインシュタインの光子説導入の際に扱った光電効果では，静止した電子と光子がある「状態」から，光子がなくなって電子が動いている「状態」にジャンプしている。

このように場の量子論では，いろいろな物理量で指定される「状態」をジャンプ的に変化させる動因としての相互作用がある。変化には生成・消滅や種類の変化もあるので，相互作用には，運動を変える「力」と個数や種類を変える「反応」の原因ということもできる。

固体の中のフォノン　ファイマン・ダイアグラムのような相互作用の見方は決して素粒子物理のような特殊な場面に限られているわけではない。

まず，光電効果の例で見たように，電子と光子が関係するハイテクはすべてこうした見方でなされている。また，トランジスターなどの半導体内での電子やホールとフォノン（格子振動を量子化したもの）のハイテクも，この見方に立っている。だから，現代のミクロのハイテクには，古典的な力というものの影はものすごく薄くなっているといえる。



ファインマン・ダイアグラム

●どちらが偉い？　原理と法則●

「法則」や「原理」と名前がついているものは多いが，その意味や違いがわかるだろうか。

普遍的なルール　法則とは何か，まずはオームの法則を例に考える。オームの法則は，「何か特定の金属で作られた導線に流れる電流と電圧の比例関係」に名づけられているわけではなく，「どの金属で作られた導線にも一般に成り立つ普遍的な比例関係」をいう。しかし，すべての電気現象に成り立つわけではない。

そもそも，絶縁体や半導体には比例関係はないし，電圧が大きくなると比例関係からずれることも知られている。法則には，適用範囲がある。ただし，適用範囲は例外の意味ではないため，「銀は金属だけど，例外的にオームの法則を満たさない」とはならない。オームの法則を満たさない金属Xが発見されるとなると，物理学者はオームの法則の適用範囲を超える要因を必死に探すことになる。適用範囲の外側には，新たな法則が待ち構えているかもしれないからである。

法則と法則のネットワーク　同じように法則といっても，その偉さは異なる。例えば，実験的に検証された2つの法則AとBがあり，さらに法則Aから法則Bが説明されたとする。このとき，法則Aの方がより基本的といえる。もし精密実験により，法則Bが間違いであると判明すると，法則Aやその「説明」も道連れに間違いでなくてはいけなくなる。つまり，法則Bの確からしさは法則Aによって補強されると考えられる。自然科学の法則，例えばニュートンの法則が正しいことは数学的に証明できるわけではなく，実験的検証によってのみ，その確からしさを強くしている。そこで，法則と法則の関係性を明らかにすることにより，ネットワークとして頑健な正しさを構築しているのが，物理学の方法といえる。ここに，数学の証明との違いがある。

法則ではない「法則」　基本的な電磁気現象の法則に，有名なフレミングの法則がある。左手の法則と右手の法則があり，左手の法則では「電流」を左手の中指，「磁場」を人差し指，「電流が磁場から受ける力の向き」を親指で，これらの関係を表す。しかし，このフレミングの法則は，高校までは登場する法則だが，大学の物理では決して登場しない。理由は明快である。左手の法則はローレンツ力と呼ばれる電磁気力の法則により説明されており，フレミング自身が発見した新しい法則ではないからである。英語表記 Fleming's left–hand rule を見ると納得できるだろう。law ではなく rule であり，法則よりも格下といえる。日本語に訳すならば，「規則」としておく方がよかったかもしれない。

原理から法則へ　法則の上位に，基本中の基本法則である「原理」がある。「波の重ね合わせの原理」がその典型例である。なぜこの原理が成り立つのかには答えることが難しく，波の基本的性質として受け入れることにしている。その上で，この原理から多くの波の性質や法則を説明しているため，逆に，ある法則から原理が説明されることとは想定しない。もしそれが可能ならば，その法則こそが原理となる。

しかし，「仕事の原理」は少し説明が必要となる。この原理は保存力と仕事の性質から導かれるが，高校の数学で「導く」ことは難しい。そのため高校の物理では，仕事の原理を基本法則としている。1つの動滑車を用いて物体を持ち上げるとき，必要な力は半分で，ロープを引く長さは2倍となる。このとき，力が半分になることは力のつりあいから導かれ，仕事の原理からロープの長さが2倍になることが導かれる。ロープの長さが2倍になることが幾何学的にわかり，仕事の原理が成り立つことが導かれるのではない。あくまでも原理は説明の出発点であって，説明の対象にはならない。

原理は原理　アルキメデスの原理は，「流体中の物体は，その物体の押しのけた流体が受ける重力と同じ大きさで，上向きの浮力を受ける」とする浮力の法則である。この原理は，重力と力のつりあいから説明できる。つまり，この原理を基本法則として，他の現象を説明するのではなく，逆に他の法則から説明されており，これは原理ではないはずである。しかし，そこは歴史が絡んでくる。アルキメデスはこの原理を自然科学の法則としてではなく，数学の原理と捉えていたため，現代でもこの浮力の法則は「アルキメデスの原理」と呼ばれているのである。