予習 授業の前にやっておこう!!

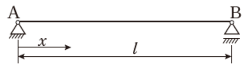
1. 単純ばりについて，反力，断面力を求めるときのつり合い条件式を確認しておこう。下の図に示す単純ばりについて，点 A から x だけ離れた場所に荷重 P と分布荷重 q が作用しているとして，各支点反力，および部材中央点 x ($x=l/2$) について断面力の計算をし，Q－図，及び M－図をかけ（荷重状態は自分でかいてみよう）。

WebにLink 予習の解答

(1) $x=l/3$ 点に集中荷重 P が作用しているとき

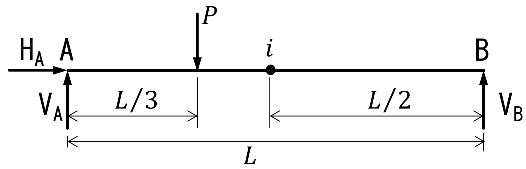
(2) $x=l/2$ 点から支点 B まで分布荷重 q が作用しているとき

(3) 上の (1) と (2) の荷重が同時に作用しているとき



予習　１（１）

x＝l/3点に荷重Pを作用させた自由物体図より，つり合い式は,

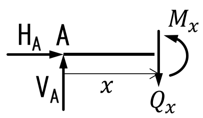


$$\begin{cases} \sum H=0 \ :H_A=0 \\ \sum V=0 \ :V_A+V_B-P=0 \\ \sum M_{(A)}=0 \ :\mathrm{P}\cdot\dfrac{L}{3}-V_B\cdot L=0 \end{cases}$$

上の３式から支点反力は,

$$V_A=\frac{2}{3}\mathrm{P},\quad V_B=\frac{1}{3}\mathrm{P},\quad H_A=0$$

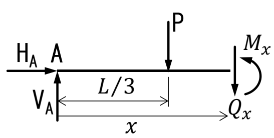
ｉ）$0 \leqq \mathrm{x} \leqq \dfrac{L}{3}$　のとき



$$\sum V=0 \ :V_A-Q_x=0 \quad \Rightarrow \quad Q_x=V_A=\frac{2}{3}\mathrm{P}$$

$$\sum M_{(x)}=0 \ : -M_x+V_A\cdot x=0 \quad \Rightarrow \quad M_x=V_A\cdot x=\frac{2}{3}\mathrm{P}x$$

ⅱ）$\dfrac{L}{3} \leqq \mathrm{x} \leqq L$　のとき



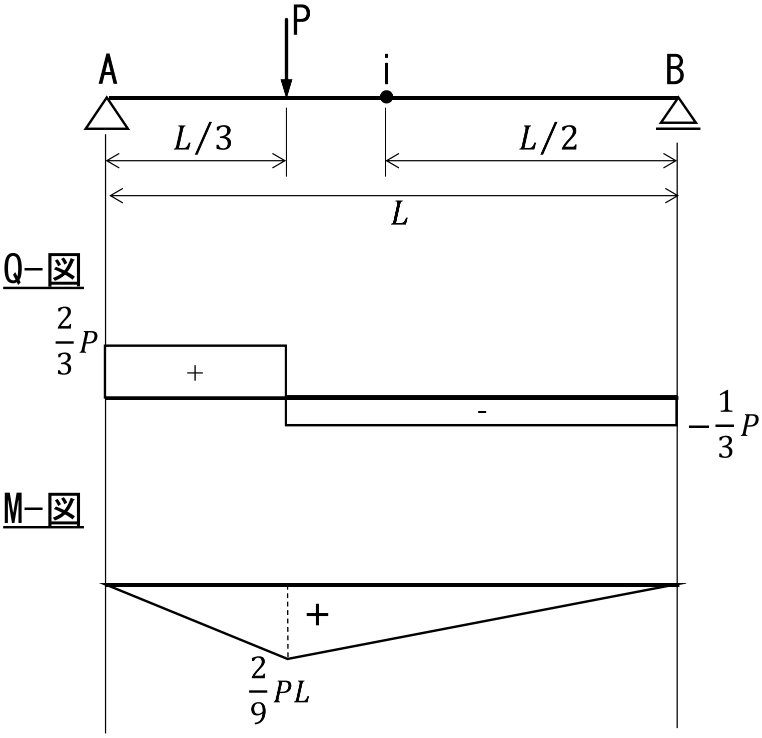
$$\sum V=0 \ :V_A-P-Q_x=0 \quad \Rightarrow \quad Q_x=V_A-P=-\frac{1}{3}\mathrm{P}$$

$$\sum M_{(x)}=0 \ : -M_x-P\cdot\left(x-\frac{L}{3}\right)+V_A\cdot x=0$$

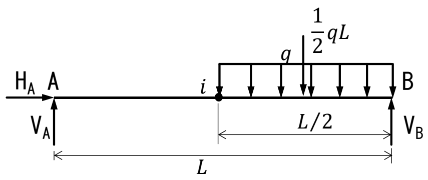
$$\Rightarrow \quad M_x = \frac{1}{3}PL - \frac{1}{3}Px$$

中央点（x $= l/2$点）のとき，

$$Q_{x=\frac{L}{2}} = -\frac{1}{3}\mathrm{P}, \quad M_{x=\frac{L}{2}} = \frac{1}{3}PL - \frac{1}{3}P \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{6}PL$$



予習　１（２）

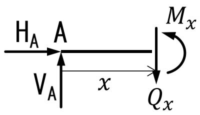


　$\mathrm{x} = l/2$点以降に等分布荷重q
を作用させた自由物体図より，つり合い式は,

$$
\begin{cases}
\sum H = 0 \quad : H_A = 0 \\
\sum V = 0 \quad : V_A + V_B - \dfrac{1}{2} qL = 0 \\
\sum M_{(A)} = 0 \quad : \dfrac{1}{2} \mathrm{qL} \cdot \dfrac{3}{4} L - V_B \cdot L = 0
\end{cases}
$$

上の３式から支点反力は,

$$V_A = \frac{1}{8} qL,\ \ V_B = \frac{3}{8} qL,\ \ H_A = 0$$

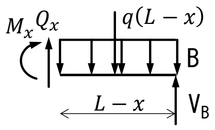


ｉ）$0 \leqq \mathrm{x} \leqq \dfrac{L}{2}$　のとき

$$\sum V = 0 \quad : V_A - Q_x = 0 \quad \Rightarrow \quad Q_x = V_A = \frac{1}{8} qL$$

$$\sum M_{(x)} = 0 \quad : -M_x + V_A \cdot x = 0 \quad \Rightarrow \quad M_x = V_A \cdot x = \frac{1}{8} qLx$$

ⅱ）$\dfrac{L}{2} \leqq \mathrm{x} \leqq L$　のとき



（右側で考える）

$$\sum V = 0 \quad : V_B - q(L-x) + Q_x = 0$$

$$\Rightarrow \quad Q_x = -V_B + q(L-x) = \frac{5}{8} qL - qx$$

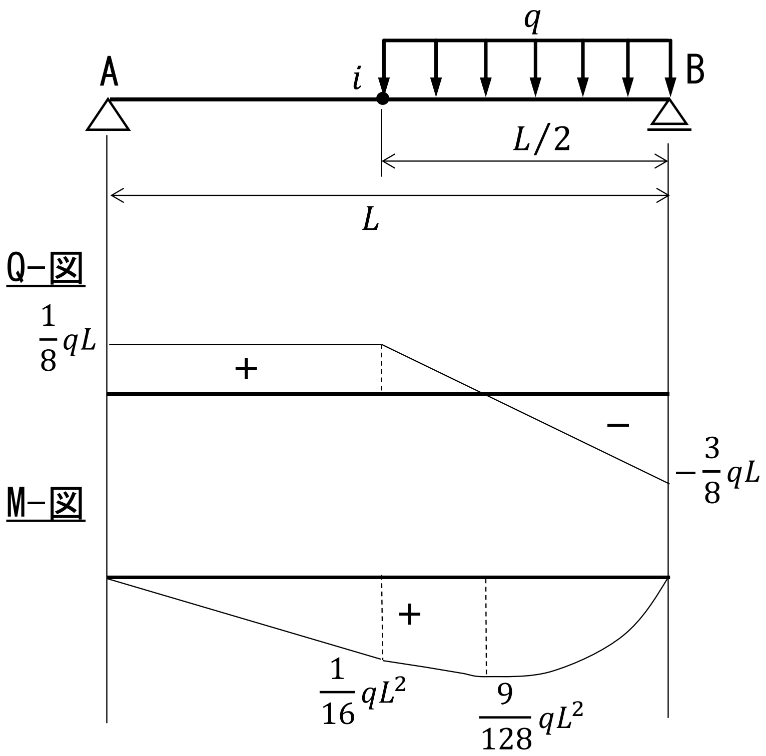
$$\sum M_{(x)} = 0 \quad : M_x + q(L-x) \cdot \frac{1}{2}(L-x) - V_B \cdot (L-x) = 0$$

$$\Rightarrow \quad M_x = -\frac{1}{2} q(L-x)^2 + \frac{3}{8} qL(L-x)$$

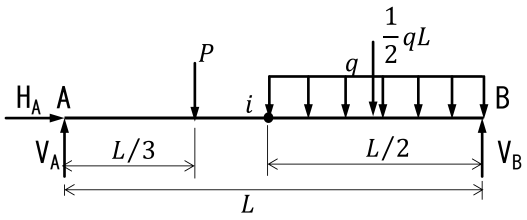
$$= -\frac{1}{2} qx^2 + \frac{5}{8} qLx - \frac{1}{8} qL^2$$

中央点（$\mathrm{x}=l/2$点）のとき，

$$Q_{x=\frac{L}{2}}=\frac{1}{8}qL,\quad M_{x=\frac{L}{2}}=\frac{1}{16}qL^2$$



予習　１（３）



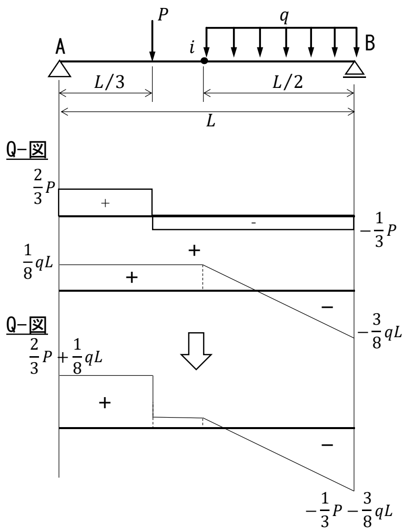
自由物体図は，図のようになるため，(1)と(2)の結果から，「重ね合わせの原理」を用いる。

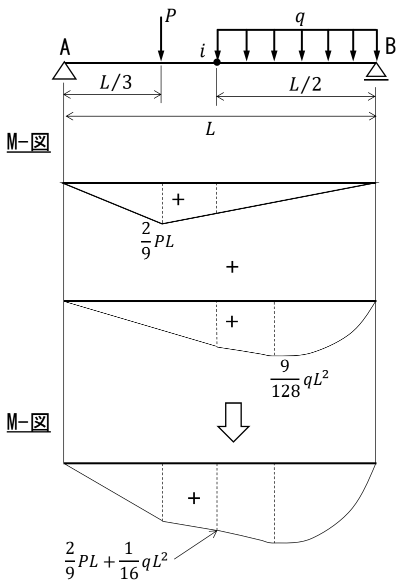
（反力）

$$V_{\mathrm{A}} = \frac{2}{3}P + \frac{1}{8}qL,\ \ V_B = \frac{1}{3}P + \frac{3}{8}qL,\ \ H_A = 0$$

中央点（$\mathrm{x} = l/2$点）のとき，

$$Q_{x=\frac{L}{2}} = -\frac{1}{3}P + \frac{1}{8}qL,\ \ M_{x=\frac{L}{2}} = \frac{1}{6}PL + \frac{1}{16}qL^2$$





※P, q, Lに具体的な数値を代入すると図は分かりやすくなる。自由物体図のつり合い式から同じ結果になることを確認しておこう。

（例）$P = 12kN$，$q = 16\ \ kN/m$，$L = 10m$　　など