

固有振動モードの直交性 (n 自由度系の場合)

n 個の異なる固有振動モードのうち、 r 次の固有角振動数 ω_r に対する固有振動モードを $\mathbf{X}_r = [X_{1r}, \dots, X_{nr}]^T$ 、 s 次の固有角振動数 ω_s に対する固有振動モードを $\mathbf{X}_s = [X_{1s}, \dots, X_{ns}]^T$ とした場合、 $\omega_r \neq \omega_s$ のとき以下のような式を満たす。

$$\mathbf{X}_r^T \mathbf{M} \mathbf{X}_s = 0, \quad \mathbf{X}_r^T \mathbf{K} \mathbf{X}_s = 0, \quad (r, s = 1, 2, \dots, n)$$

2 自由度系の場合と同様に、相異なる固有振動モードを質量マトリクスあるいは剛性マトリクスに掛け合わせることで 0 になる。さらに、 $r = s$ の場合、以下のようになる。

$$\mathbf{X}_r^T \mathbf{M} \mathbf{X}_r = \bar{m}_r, \quad \mathbf{X}_r^T \mathbf{K} \mathbf{X}_r = \bar{k}_r$$

このときの \bar{m}_r を r 次のモード質量、 \bar{k}_r を r 次のモード剛性と呼ぶ。