

### 3章 確率分布

#### 2節 正規分布

##### 練習 1

$$(1) \quad P(1 \leq X \leq 1.5) = \int_1^{1.5} \frac{1}{2} x \, dx = \left[ \frac{1}{4} x^2 \right]_1^{1.5} = \frac{5}{16}$$

$$(2) \quad P(1.5 < X < 2) = \int_{1.5}^2 \frac{1}{2} x \, dx = \left[ \frac{1}{4} x^2 \right]_{1.5}^2 = \frac{7}{16}$$

##### 練習 2

$$(1) \quad P(0 \leq Z \leq 2.8) = 0.4974$$

$$(2) \quad P(Z > 1.5) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.5 - 0.4332 = 0.0668$$

$$(3) \quad |Z| \leq 1 \iff -1 \leq Z \leq 1$$

であるから

$$\begin{aligned} P(|Z| \leq 1) &= P(-1 \leq Z \leq 1) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= P(0 \leq Z \leq 1) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 2P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 2 \times 0.3413 = 0.6826 \end{aligned}$$

##### 練習 3

$Z = \frac{X - 50}{10}$  とおくと,  $Z$  は  $N(0, 1)$  に従う。

$$X = 40 \text{ のとき } Z = -1$$

$$X = 60 \text{ のとき } Z = 1$$

であるから

$$\begin{aligned} (1) \quad P(40 \leq X \leq 60) &= P(-1 \leq Z \leq 1) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 2P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 2 \times 0.3413 = 0.6826 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad P(X < 60) &= P(Z < 1) \\ &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 + 0.3413 = 0.8413 \end{aligned}$$

#### 練習 4

(1)  $Z = \frac{X - 60}{10}$  とおくと,  $Z$  は  $N(0, 1)$  に従う。

$X = 70$  のとき  $Z = 1$  より

$$\begin{aligned} P(X \geq 70) &= P(Z \geq 1) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.3413 = 0.1587 \end{aligned}$$

(2)  $Z = \frac{X - 55}{20}$  とおくと,  $Z$  は  $N(0, 1)$  に従う。

$X = 70$  のとき  $Z = 0.75$  より

$$\begin{aligned} P(X \geq 70) &= P(Z \geq 0.75) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 0.75) \\ &= 0.5 - 0.2734 = 0.2266 \end{aligned}$$

#### 練習 5

$$X = 47 \text{ のとき } Z = \frac{47 - 50}{2} = -1.5$$

$$X = 55 \text{ のとき } Z = \frac{55 - 50}{2} = 2.5$$

であるから

$$\begin{aligned} P(47 \leq X \leq 55) &= P(-1.5 \leq Z \leq 2.5) \\ &= P(0 \leq Z \leq 1.5) + P(0 \leq Z \leq 2.5) \\ &= 0.4332 + 0.4938 = 0.9270 \end{aligned}$$

$100 \times 0.9270 = 92.70$  より 47cm 以上 55cm 以下のものはおよそ 93%  
46cm 以下のものは

$$Z = \frac{46 - 50}{2} = -2 \text{ であるから}$$

$$\begin{aligned} P(0 \leq X \leq 46) &= P(Z \leq -2) \\ &= P(Z \geq 2) \\ &= 0.5 - 0.4772 \\ &= 0.0228 \end{aligned}$$

$100 \times 0.0228 = 2.28$  よりおよそ 2.3%

## 練習 6

1 の目の出る回数  $X$  は、二項分布  $B\left(4500, \frac{1}{6}\right)$  に従う。

$$E(X) = 4500 \times \frac{1}{6} = 750$$

$$\sigma(X) = \sqrt{4500 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}} = 25$$

であるから、 $X$  は近似的に正規分布  $N(750, 25^2)$  に従う。

$Z = \frac{X - 750}{25}$  とおくと、 $Z$  は  $N(0, 1)$  に従う。

$$X = 740 \text{ のとき } Z = -0.4 \text{ より}$$

求める確率は

$$\begin{aligned} P(X \leq 740) &= P(Z \leq -0.4) \\ &= P(Z \geq 0.4) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 0.4) \\ &= 0.5 - 0.1554 = 0.3446 \end{aligned}$$