

1 章 確率

1 節 確率とその基本性質

練習 1

(1) $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(2) $A = \{2, 4\}$

(3) $B = \{1, 2, 3\}$

練習 2

$$\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

練習 3

(1) 2 枚が表で 1 枚が裏となるのは (表, 表, 裏), (表, 裏, 表), (裏, 表, 表) の 3 通りだから $\frac{3}{8}$

(2) 和が 10 以上になるのは

(4, 6), (5, 5), (6, 4), (5, 6), (6, 5), (6, 6) の 6 通りだから $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

練習 4

10 個の球から 4 個の球を取り出すすべての場合の数は ${}_{10}C_4 = 210$ 通り

(1) 4 個とも白球である場合の数は ${}_7C_3 = 35$ 通り

よって, $\frac{{}_7C_3}{{}_{10}C_4} = \frac{35}{210} = \frac{1}{6}$

(2) 赤球が 3 個で白球が 1 個である場合の数は ${}_3C_3 \times {}_7C_1 = 21$ 通り

よって, $\frac{{}_3C_3 \times {}_7C_1}{{}_{10}C_4} = \frac{7}{210} = \frac{1}{30}$

(3) 赤球が 2 個で白球が 2 個である場合の数は ${}_3C_2 \times {}_7C_2 = 63$ 通り

よって, $\frac{{}_3C_2 \times {}_7C_2}{{}_{10}C_4} = \frac{63}{210} = \frac{3}{10}$

練習 5

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

$$B = \{4, 8, 12, 16, 20\} \text{ であるから}$$

$$A \cup B = \{3, 4, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 18, 20\}$$

$$A \cap B = \{12\}$$

練習 6

$$A \cap B = \phi, \quad A \cap C \neq \phi, \quad A \cap D \neq \phi$$

$$B \cap C \neq \phi, \quad B \cap D \neq \phi, \quad C \cap D = \phi$$

であるから、互いに排反である事象は A と B , C と D

練習 7

「2 人とも男性」である事象を A 「2 人とも女性」である事象を B とすると

$$P(A) = \frac{{}_{10}C_2}{{}_{16}C_2} = \frac{45}{120}, \quad P(B) = \frac{{}_6C_2}{{}_{16}C_2} = \frac{15}{120}$$

A と B は互いに排反であるから

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{45}{120} + \frac{15}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

練習 8

「2 本とも当たる」事象を A 「2 本ともはずれる」事象を B とすると

$$P(A) = \frac{{}_3C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{1}{15}, \quad P(B) = \frac{{}_7C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{7}{15}$$

A と B は互いに排反であるから

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{1}{15} + \frac{7}{15} = \frac{8}{15} \end{aligned}$$

練習 9

合計 9 個から 2 個の球を取り出すとき

「2 個とも赤である」事象を A

「2 個とも白である」事象を B

「2 個とも黒である」事象を C

とすると

$$P(A) = \frac{{}_4C_2}{{}_9C_2} = \frac{6}{36}$$

$$P(B) = \frac{{}_3C_2}{{}_9C_2} = \frac{3}{36}, \quad P(C) = \frac{{}_2C_2}{{}_9C_2} = \frac{1}{36}$$

A , B , C は互いに排反だから

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) \\ &= \frac{6}{36} + \frac{3}{36} + \frac{1}{36} = \frac{5}{18} \end{aligned}$$

練習 10

「6 の倍数である」事象を A

「8 の倍数である」事象を B

とすると、 $A \cap B$ は「24 の倍数である」という事象である。

$$P(A \cap B) = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{16}{100} + \frac{12}{100} - \frac{4}{100} \\ &= \frac{24}{100} = \frac{6}{25} \end{aligned}$$

練習 11

「少なくとも 1 個は白球」という事象は「3 個とも赤球」という事象 A の余事象 \overline{A} である。

$$P(A) = \frac{{}_5C_3}{{}_8C_3} = \frac{10}{56} = \frac{5}{28}$$

よって、求める確率は

$$\begin{aligned} P(\overline{A}) &= 1 - P(A) \\ &= 1 - \frac{5}{28} = \frac{23}{28} \end{aligned}$$