

1 章 確率

2 節 いろいろな確率の計算

練習 1

- (1) 試行 T_1 によって引かれたくじは、試行 T_2 によって引かれることはないので、試行 T_1 と試行 T_2 は独立ではない。
- (2) 試行 T_1 によってどの目が出て、試行 T_2 の結果（出る目）に影響を及ぼさない。よって、試行 T_1 と試行 T_2 は独立である。

練習 2

袋 A から球を 1 個取り出す試行と袋 B から球を 1 個取り出す試行は独立である。

- (1) (i) 袋 A と袋 B から赤球を取り出す確率は $\frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25}$
- (ii) 袋 A と袋 B から白球を取り出す確率は $\frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{25}$
- (i), (ii) は互いに排反であるから $\frac{12}{25} + \frac{2}{25} = \frac{14}{25}$
- (2) (1) の余事象の確率であるから $1 - \frac{14}{25} = \frac{11}{25}$

練習 3

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{32}$$

練習 4

$$2 \text{ 以下の目の出る確率は } \frac{2}{6} \quad \text{よって, } {}_5C_2 \left(\frac{2}{6}\right)^3 \left(\frac{4}{6}\right)^2 = 10 \times \frac{4}{243} = \frac{40}{243}$$

練習 5

- (1) ${}_4C_3 \left(\frac{13}{52}\right)^3 \left(\frac{39}{52}\right) = {}_4C_3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{64}$
- (2) 3 回目までにハートを 2 回引き、4 回目にハートを引けばよいから、求める確率は
- $${}_3C_2 \left(\frac{13}{52}\right)^2 \left(\frac{39}{52}\right) \times \frac{13}{52} = \frac{9}{256}$$

練習 6

$$P_B(\overline{A}) = \frac{39}{46}$$

練習 7

- (1) 1 回目に赤球が出たあとの袋の中は赤球 2 個と白球 2 個であるから

$$\frac{2}{2+2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

- (2) 1 回目に白球が出たあとの袋の中は赤球 3 個と白球 1 個であるから

$$\frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$$

練習 8

\bar{A} は 1 回目に赤球が出る事象だから

$$P(\bar{A}) = \frac{3}{3+5} = \frac{3}{8}$$

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{3}{2+5} = \frac{5}{7}$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A})P_{\bar{A}}(B)$$

$$= \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$$

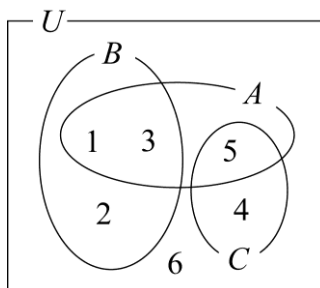
練習 9

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$



$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ であるから事象 A と B は従属である。

$$P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap C) = \frac{1}{6}$$

$$P(A) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C)$ が成り立つから事象 A と C は独立である。

練習 10

$$(1) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A})P_{\bar{A}}(\bar{B})$$

$$= \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{7}{15}$$

- (2) 「 a, b 2 人ともはずれる」という事象の余事象の確率だから

$$1 - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$$

練習 11

袋 A が赤球だけになるのは

- (i) 袋 A から白球を取り出して、袋 B から赤球を取り出す。

袋 A が白球だけになるのは

- (ii) 袋 A から赤球を取り出して、袋 B から白球を取り出す。

ときである。(i), (ii)の確率はそれぞれ

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{2}{12}, \quad \frac{1}{2} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{12}$$

- (i) と (ii) は排反であるから、求める確率は

$$\frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

練習 12

$$P(A) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}, \quad P(B) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

$$P_A(\overline{C}) = \frac{99}{100}, \quad P_B(\overline{C}) = \frac{98}{100}$$

- (1) $\overline{C} = (A \cap \overline{C}) \cup (B \cap \overline{C})$ で $(A \cap \overline{C})$ と $(B \cap \overline{C})$ は互いに排反であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} P(\overline{C}) &= P(A \cap \overline{C}) + P(B \cap \overline{C}) \\ &= P(A)P_A(\overline{C}) + P(B)P_B(\overline{C}) \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{99}{100} + \frac{3}{5} \times \frac{98}{100} \\ &= \frac{492}{500} = \frac{123}{125} \end{aligned}$$

- (2) $P_c(B) = \frac{P(B \cap \overline{C})}{P(\overline{C})} = \frac{3}{5} \times \frac{98}{100} \div \frac{123}{125} = \frac{49}{82}$

練習 13

(1) A の袋である事象を A

B の袋である事象を B

C の袋である事象を C とすると

A の袋から赤球を取り出す事象を $P_A(R)$

B の袋から赤球を取り出す事象を $P_B(R)$

C の袋から赤球を取り出す事象を $P_C(R)$

A, B, C の袋を選ぶ確率は $\frac{1}{3}$ であるから

$$P_A(R) = P(A) \cdot P_A(R) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$P_B(R) = P(B) \cdot P_B(R) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{12}$$

$$P_C(R) = P(C) \cdot P_C(R) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{12}$$

$$\begin{aligned} \text{よって, } P(R) &= P_A(R) + P_B(R) + P_C(R) \\ &= \frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$(2) \quad P_R(A) = \frac{P_A(R)}{P_A(R) + P_B(R) + P_C(R)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6}$$