１章　確率

章末問題

1

⑴　$\dfrac{{}_7C_2 \times {}_3C_2}{{}_{10}C_4} = \dfrac{21 \times 3}{210} = \dfrac{3}{10}$

⑵　4 個とも赤球である確率は　$\dfrac{{}_7C_4}{{}_{10}C_4} = \dfrac{35}{210} = \dfrac{1}{6}$

よって，求める確率は　$1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$

2

⑴　両端を A，B とする並べ方は　2!通り

残り 6 文字の並べ方は　6!通り

よって　$\dfrac{2! \times 6!}{8!} = \dfrac{2}{56} = \dfrac{1}{28}$

⑵　A，B をまとめて 1 文字と考えると

7 文字の並べ方は　7!通り

A，B の並べ方は　2!通り

よって　$\dfrac{7! \times 2!}{8!} = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

⑶　A，B，C を同じ文字 X とし，3 つの X と残りの 5 文字を並べて，3 つの X を左から順に A，B，C とすればよい。

3 つの X と残り 5 文字の並べ方は，8 文字中に同じ 3 文字を含む順列であるから

$\dfrac{8!}{3!}$ 通り

よって　$\dfrac{8!}{3!} \div 8! = \dfrac{1}{3!} = \dfrac{1}{6}$

3

⑴　$\dfrac{{}_3C_1 \times {}_6C_2}{{}_9C_3} = \dfrac{3 \times 15}{84} = \dfrac{15}{28}$

⑵　反復施行の確率であるから　${}_3C_1\left(\dfrac{3}{9}\right)^1\left(\dfrac{6}{9}\right)^2 = 3 \times \dfrac{1}{3} \times \dfrac{4}{9} = \dfrac{4}{9}$

⑶　1 回目が赤球であるときの確率は　$\dfrac{3}{9} \times \dfrac{{}_6C_2}{{}_9C_2} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{15}{36} = \dfrac{5}{36}$

1 回目が白球であるときの確率は　$\dfrac{6}{9} \times \dfrac{{}_3C_1 \times {}_6C_1}{{}_9C_2} = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{3 \times 6}{36} = \dfrac{1}{3}$

よって，求める確率は　$\dfrac{5}{36} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{17}{36}$

4　4 ゲームまでに 2 勝 2 敗で，5 ゲーム目で A が勝てばよいから

$${}_4C_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=6\times\frac{8}{3^5}=\frac{16}{81}$$

5　表が出る回数を x，裏が出る回数を y とすると，x，y は整数で

$x+y=6$，$0\leqq x\leqq 6$，$0\leqq y\leqq 6$　　……①

$3x+y=6k$（k は 0 以上の整数）　　……②

②より　$y=6k-3x=3(2k-x)$

ゆえに，y は 3 の倍数であるから，　$y=0,\ 3,\ 6$

y のそれぞれの値に対して　$x=6,\ 3,\ 0$

すなわち，$(x,\ y)=(6,\ 0),\ (3,\ 3),\ (0,\ 6)$

$${}_6C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^0+{}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3+{}_6C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$=(1+20+1)\times\frac{1}{64}=\frac{11}{32}$$

6　袋 A の赤球の個数が袋 B の赤球の個数より多くなるのは，

(i)　袋 A から赤球を取り出して袋 B に入れたときは，袋 B から赤球を取り出す。

(ii)　袋 A から白球を取り出して袋 B に入れたときは，袋 B から取り出す球は赤球でも白球でもよい。

のいずれかのときである。

(i)の事象の確率は　$\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$

(ii)の事象の確率は　$\frac{1}{3}\times 1=\frac{1}{3}$

であり，(i)と(ii)は互いに排反であるから

求める確率は　$\frac{4}{15}+\frac{1}{3}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

7

(1)　6 の目が出ないことだから　$\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{216}$

(2)　出る目の最大値が 4 以下である確率は　$\left(\frac{4}{6}\right)^3=\frac{64}{216}$

よって，求める確率は　$\frac{125}{216}-\frac{64}{216}=\frac{61}{216}$

8

⑴　2回とも動かない確率は　$\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

2回とも動いて原点に戻る確率は　$2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

よって，求める確率は　$\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

⑵　5回とも動かない確率は　$\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{1}{243}$

3回動かず，2回だけ動いて頂点に戻る確率は　$\frac{5!}{3!1!1!}\times\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{20}{243}$

1回動かず，4回だけ動いて原点に戻る確率は　$\frac{5!}{1!2!2!}\times\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{30}{243}$

以上より，求める確率は　$\frac{1}{243}+\frac{20}{243}+\frac{30}{243}=\frac{51}{243}=\frac{17}{81}$

9

⑴　a 工場の商品である事象を A

b 工場の商品である事象を B

c 工場の商品である事象を C

不良品である事象を　D とする。

$P(A)=\frac{5}{10}$，$P(B)=\frac{4}{10}$，$P(C)=\frac{1}{10}$

$P_A(D)=\frac{2}{100}$，$P_B(D)=\frac{3}{100}$，$P_C(D)=\frac{3}{100}$

ゆえに

$$
\begin{aligned}
P(D)&=P(A\cap D)+P(B\cap D)+P(C\cap D)\\
&=P(A)\cdot P_A(D)+P(B)\cdot P_B(D)+P(C)\cdot P_C(D)\\
&=\frac{5}{10}\times\frac{2}{100}+\frac{4}{10}\times\frac{3}{100}+\frac{1}{10}\times\frac{3}{100}\\
&=\frac{25}{1000}=\frac{1}{40}
\end{aligned}
$$

⑵　$P_D(A)=\frac{P(A\cap D)}{P(D)}=\frac{10}{1000}\div\frac{1}{40}=\frac{2}{5}$

$P_D(B)=\frac{P(B\cap D)}{P(D)}=\frac{12}{1000}\div\frac{1}{40}=\frac{12}{25}$

$P_D(C)=\frac{P(C\cap D)}{P(D)}=\frac{3}{1000}\div\frac{1}{40}=\frac{3}{25}$