2章　まとめの問題

［１］(1)　放物線 $y^2=4x$ を x 軸方向に a，y 軸方向に b だけ平行移動した放物線の方程式を求めなさい。

(2)　次の放物線の焦点の座標と準線の方程式を求めなさい。

$$y^2-4x+4=0$$

[解答]

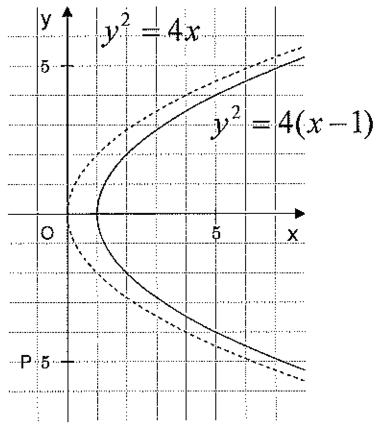
(1)　x に $x-a$，y に $y-b$ を代入して

$$(y-b)^2=4(x-a)$$

(2)　与式を変形すると

$$y^2=4(x-1)$$

よって、放物線 $y^2=4x$ を x 軸方向に１だけ平行移動したものであるから，　焦点の座標は $(2,0)$，準線の方程式は $x=0$



［２］　$\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(1,2)$ のとき，次のベクトルを $\vec{a},\vec{b}$ を用いて表しなさい.

(1)　$\vec{p}=(5,4)$　　　　(2)　$\vec{q}=(-4,1)$

[解答]

(1)　$(5,4)=x(2,1)+y(1,2)$　とおくと,

$$\begin{cases}5=2x+y\\4=x+2y\end{cases}$$

これをといて　$x=2$　,　$y=1$

よって　$\vec{P}=2\vec{a}+\vec{b}$

(2)　$(-4,1)=x(2,1)+y(1,2)$　とおくと,

$$\begin{cases}-4=2x+y\\1=x+2y\end{cases}$$

これをといて　$x=-3$　,　$y=2$

よって　$\vec{q}=-3\vec{a}+2\vec{b}$

［3］（1）与式$=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2\cdot 1 & 2\cdot(-2) & 2\cdot 1 \\ 2\cdot 3 & 2\cdot 0 & 2\cdot 1 \end{pmatrix}$

$$=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & -4 & 2 \\ 6 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 3+2 & -2+(-4) & 1+2 \\ (-2)+6 & 1+0 & (-1)+2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & -6 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

（2）与式$=\begin{pmatrix} 2\cdot 2+3\cdot 5 & 2\cdot(-1)+3\cdot 3 \\ 0\cdot 2+4\cdot 5 & 0\cdot(-1)+4\cdot 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 19 & 7 \\ 20 & 12 \end{pmatrix}$

［4］（1）行列の積を用いて表すと、

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

係数行列および拡大係数行列はそれぞれ

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix},\quad \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & -3 \end{array}\right)$$

（2）$AB=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

$$=\begin{pmatrix} 1\cdot(-5)+3\cdot 2 & 1\cdot 3+3\cdot(-1) \\ 2\cdot(-5)+5\cdot 2 & 2\cdot 3+5\cdot(-1) \end{pmatrix}=E$$

よって、B は A の逆行列。

（3）$A^{-1}=B$ だから、求める解は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=A^{-1}\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} (-5)\cdot(-2)+3\cdot(-3) \\ 2\cdot(-2)+(-1)\cdot(-3) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

すなわち、

$$x=1,\ y=-1$$

5　標準

(1)　$\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}i$ を極形式で表すと，

$$\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}i=\frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{5}{3}\pi\right)+i\sin\left(\frac{5}{3}\pi\right)\right)$$

よって，ド・モアブルの定理を用いると，

$$\left(\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}i\right)^3=\frac{1}{2^3}\left(\cos\left(3\cdot\frac{5}{3}\pi\right)+i\sin\left(3\cdot\frac{5}{3}\pi\right)\right)$$
$$=\frac{1}{8}\left(\cos(5\pi)+i\sin(5\pi)\right)$$
$$=-\frac{1}{8}$$

(2)　$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ とおく。

ド・モアブルの定理を用いると，

$$r^6(\cos 6\theta+i\sin 6\theta)=1$$

よって，

$$r=1,$$
$$6\theta=2n\pi \qquad (n=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots)$$

したがって

$$z=\cos\left(\frac{n}{3}\pi\right)+i\sin\left(\frac{n}{3}\pi\right)$$　ただし，$n=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$