３章　集合と論理と統計

14 講　統計

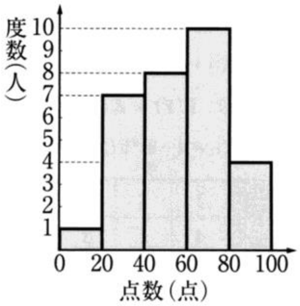
練習問題

①　基本

⑴

階級	階級値	度数	累積度数	相対度数	累積相対度数
0 以上 20 未満	10	1	1	0.033	0.033
20 以上 40 未満	30	7	8	0.233	0.267
40 以上 60 未満	50	8	16	0.267	0.533
60 以上 80 未満	70	10	26	0.333	0.867
80 以上 100 未満	90	4	30	0.133	1.000

⑵



②　基本

⒜　3　⒝　－1　⒞　－4　⒟　5　⒠　2　⒡　5　⒢　1　⒣　5

⒤　3　⒥　－1　⒦　－4　⒧　5　⒨　2　⒩　10　⒪　3.2

③　基本

⒜　1　⒝　10　⒞　5　⒟　6　⒠　5　⒡　3　⒢　6　⒣　－1

⒤　5　⒥　－4　⒦　3　⒧　5　⒨　9　⒩　2　⒪　2　⒫　5　⒬　0.6

④　標準

⑴　x の平均値 $= \dfrac{0\cdot 3+1\cdot 10+2\cdot 7}{20} = \dfrac{6}{5} = 1.2$

y の平均値 $= \dfrac{0\cdot 2+1\cdot 10+2\cdot 8}{20} = \dfrac{13}{10} = 1.3$

例題 4 を用いて，分散を求める。

x の分散 $= \dfrac{0^2\cdot 3+1^2\cdot 10+2^2\cdot 7}{20} - \left(\dfrac{6}{5}\right)^2 = \dfrac{23}{50} = 0.46$

y の分散 $= \dfrac{0^2\cdot 2+1^2\cdot 10+2^2\cdot 8}{20} - \left(\dfrac{13}{10}\right)^2 = \dfrac{41}{100} = 0.41$

⑵　例題 5 を用いて，x と y の共分散を求める。

$$\begin{aligned} x\text{と}y\text{の共分散} &= \frac{1}{20}\{0\cdot0\cdot1+0\cdot1\cdot1+0\cdot2\cdot1 \\ &\quad +1\cdot0\cdot0+1\cdot1\cdot6+1\cdot2\cdot4 \\ &\quad +2\cdot0\cdot1+2\cdot1\cdot3+2\cdot2\cdot3\}-\frac{6}{5}\cdot\frac{13}{10} \\ &= \frac{2}{50} = 0.04 \end{aligned}$$

$$x\text{と}y\text{の相関係数} = \frac{x\text{と}y\text{の共分散}}{\sqrt{x\text{の分散}}\sqrt{y\text{の分散}}} = \frac{\frac{2}{50}}{\sqrt{\frac{23}{50}}\sqrt{\frac{41}{100}}} = \frac{2\sqrt{1886}}{943} \fallingdotseq 0.09$$

⑤　発展

x_1，x_2，…，x_m で男性の点数を表し，

y_1，y_2，…，y_n で女性の点数を表す。

⑴　与えられた表より

$$\sum_{j=1}^{m} x_j = m\mu,\quad \sum_{j=1}^{n} y_j = n\nu$$

よって，

$$\text{調査対象者全体の平均値} = \frac{1}{m+n}\left(\sum_{j=1}^{m} x_j + \sum_{j=1}^{n} y_j\right) = \frac{m\mu+n\nu}{m+n}$$

⑵　例題 4 を用いると，

$$\sum_{j=1}^{m} {x_j}^2 = m(\sigma^2+\mu^2),\quad \sum_{j=1}^{n} {y_j}^2 = n(\gamma^2+\nu^2)$$

これより

$$\begin{aligned} \text{調査対象者全体の分散} &= \frac{1}{m+n}\left(\sum_{j=1}^{m} {x_j}^2 + \sum_{j=1}^{n} {y_j}^2\right) - \left\{\frac{1}{m+n}\left(\sum_{j=1}^{m} x_j + \sum_{j=1}^{n} y_j\right)\right\} \\ &= \frac{m(\sigma^2+\mu^2)+n(\gamma^2+\nu^2)}{m+n} - \frac{(m\mu+n\nu)^2}{(m+n)^2} \\ &= \frac{mn(\mu-\nu)^2 + mn(\sigma^2+\gamma^2) + m^2\sigma^2 + n^2\gamma^2}{(m+n)^2} \end{aligned}$$