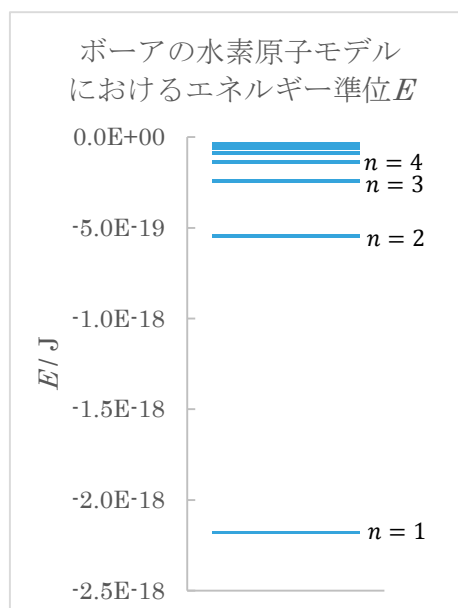


## 14章 WebにLink!解説

### \*13 Let' s TRY! (p.210)

式14-11より, エネルギー $E$ を求めると下記の様になる。

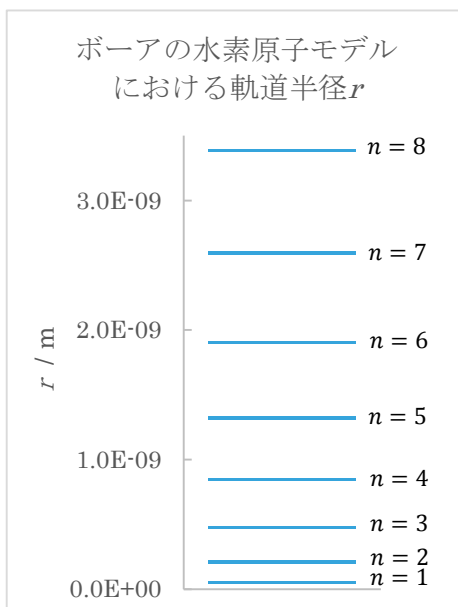
$n$	$E / \text{J}$
1	$-2.179 \times 10^{-18}$
2	$-5.447 \times 10^{-19}$
3	$-2.421 \times 10^{-19}$
4	$-1.362 \times 10^{-19}$
5	$-8.716 \times 10^{-20}$
6	$-6.053 \times 10^{-20}$
7	$-4.447 \times 10^{-20}$
8	$-3.405 \times 10^{-20}$



これをグラフ化し, エネルギー準位図としたものが右図である。 $n$ が増加するとともに $E$ も増加するが, 隣り合うエネルギー準位どうしの間隔は徐々に狭くなっていくことがわかる。

式14-10より, 半径 $r$ を求めると, 下記の様になる。

$n$	$r / \text{m}$
1	$5.293 \times 10^{-11}$
2	$2.117 \times 10^{-10}$
3	$4.764 \times 10^{-10}$
4	$8.469 \times 10^{-10}$
5	$1.323 \times 10^{-9}$
6	$1.905 \times 10^{-9}$
7	$2.594 \times 10^{-9}$
8	$3.387 \times 10^{-9}$



これをグラフ化したものが右図である。 $n$ が増加するとともに $r$ も増加し, その増加量は $n$ とともに徐々に大きくなっていくことがわかる。

なお, 量子数  $n = 1, 2, 3$  は, それぞれ, 電子殻の K, L, M 殻に対応している。

**\*14 Let' s TRY! (p.210)**

$$\frac{m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3 c} = \frac{9.109 \times 10^{-31} \times (1.602 \times 10^{-19})^4}{8 \times (8.854 \times 10^{-12})^2 \times (6.626 \times 10^{-34})^3 \times 2.998 \times 10^8} \doteq 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

これを $\text{cm}^{-1}$  (カイザー) 単位で記すと,  $1.097 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$  となる。

この値は, リュードベリ定数と等しく, 式 14-13 は, 式 14-5 と同一であることが分かる。よって, ボーアの原子モデルを導入することで, リュードベリの式の導出が可能である。

また, この結果から, 古典物理学において説明できなかった飛び飛びの波長をもつ原子スペクトルは, ボーアの原子モデルで説明できたと言える。

**ド・ブロイ波長の式 (式 14-14) の導出 (p.210)**

特殊相対性理論からは, 質量数 $m$  をもつ“粒子”のエネルギー $E = mc^2$ が定義され, 光量子仮説からは, 振動数 $\nu$  の“波動”のエネルギー $E = h\nu$ が定義されている。

ド・ブロイは, 運動する粒子が波動性をもちうるという仮説を立て, これらが等しいとした。

$$mc^2 = h\nu$$

ここで,  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  であるので,

$$mc^2 = h \frac{c}{\lambda}$$

$$mc\lambda = h$$

$$\lambda = \frac{h}{mc}$$

ド・ブロイは, これが, 光速よりも遅い速度 $v$  の粒子に対しても成立すると仮定し

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}$$

とすることでド・ブロイ波長の式を導出した。ここで,  $p$  は運動量である。

**ド・ブロイ波の導入によりボーアの原子モデルの仮定④の矛盾を解決。(p.210)**

ド・ブロイ波長の式

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

より

$$mv = \frac{h}{\lambda}$$

とし, これを仮定②の量子化された角運動量の式

$$L = mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

の  $mv$  の部分へ代入すると

$$\frac{h}{\lambda} r = \frac{nh}{2\pi}$$

したがって

$$2\pi r = n\lambda \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

よって、ボーアの原子モデルにおける円形軌道の円周  $2\pi r$  は、波長  $\lambda$  の整数倍となり、この波動は、節と山の位置が常に一定となる定常波であることがわかる。

**\*18 Let' s TRY! (p. 211)**

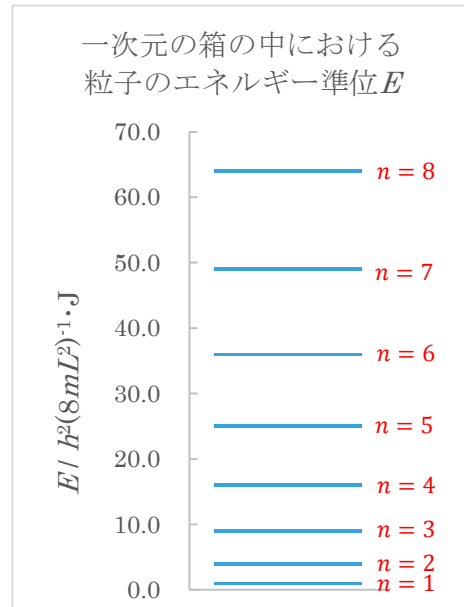
$$\Delta x \geq \frac{h/2\pi}{2m \Delta v} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{4 \times \pi \times 4.00 \times 10^{-3} \times 0.100} \cong 1.32 \times 10^{-31} \text{ m}$$

速度の不確かさ  $\Delta v$  が小さいにもかかわらず、位置の不確かさ  $\Delta x$  も非常に小さい。すなわち、このような質量が大きな巨視的な系では、速度（運動量）と位置を同時に観測可能であることがわかる。

**\*29 Let' s TRY! (p. 215)**

式 14-32 より、エネルギー  $E$  を求めると下記の様になる。

$n$	$E / \text{J}$
1	$h^2/(8mL^2)$
2	$4h^2/(8mL^2)$
3	$9h^2/(8mL^2)$
4	$16h^2/(8mL^2)$
5	$25h^2/(8mL^2)$
6	$36h^2/(8mL^2)$
7	$49h^2/(8mL^2)$
8	$64h^2/(8mL^2)$



グラフ化すると右図のようになる。 $E$  は  $n$  とともに増加し、隣り合うエネルギー準位どうしの間隔は徐々に広がっていく。

**\*33 Let' s TRY! リュードベリの式の導出 (p. 217)**

式 14-35 より, 量子数 $n_1$ と $n_2$  のときについて, エネルギー差を求めると,

$$\Delta E = E_{n_2} - E_{n_1} = -\frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n_2^2} - \left( -\frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n_1^2} \right) = \frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

ここで,  $m_e \ll m_N$  であることから,  $\mu = \frac{m_e m_N}{m_e + m_N} \doteq \frac{m_e m_N}{m_N} = m_e$  と近似できる。

よって, 
$$\Delta E = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

これは, 式 14-12 と同じ形である。また,  $R_H = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$  とすることで, 式 14-5 と同じ形となる。