

専門基礎ライブラリー

制御工学

技術者のための、理論・設計から実装まで

豊橋技術科学大学・高等専門学校制御工学教育連携プロジェクト

実教出版

まえがき

本書作成は、平成20年度に豊橋技術科学大学(以下、豊橋技科大)が企画した技科大・高専連携プロジェクトに応募することから始まった。高専と豊橋技科大の制御工学におけるシームレスな教育を検討するプロジェクトを作ろうというものであった。その後、12高専と豊橋技科大で総勢16名の先生方で検討を行ってきた。

参加いただいた1年目は、技科大と各高専で実施している制御工学のカリキュラムや講義内容を出し合った。そして、どのような講義内容が必要かを討論した。全体の代表を寺嶋、また高専全体の代表を兼重として活動を開始した。

2年目は、その検討結果を教科書として結実させていこうということになり、制御工学の教科書のコンテンツの検討になった。古典制御理論や現代制御理論に関する項目を皆で出し合った。また、高専でも使え、大学でも使えるシームレスな教科書とはどのような内容か、さらに、数ある制御工学の教科書の中で、高専教育、技科大教育の特徴を活かして、差別化するにはどのようなものを作るべきかなどコンセプトを議論した。3年目は、それらをもとに、索引を作成し、分担を決め、執筆を開始した。そして、平成23年4月より原稿の校閲を始め、数回の修正を繰り返し、発刊となった。

高専、豊橋技科大は、実践的で、かつ創造力のある学生を育成することが特徴である。またモノづくりが好きで、得意な学生が多く、応用に興味をもつ学生が多い。これらのことより、できるだけ例題を交え、実践と応用を意識した教科書にすること、また、基礎理論を省略することなく、基本がわかる教科書にすること、さらに、古典制御、現代制御、インテリジェント制御など多様な制御理論を紹介するとともに、制御の根本がわかる教科書にすることを主眼に置いた。これらを網羅した教科書ができれば、制御工学に興味をもつ学生を増加させることができるであろうと考えた。制御理論のみを追求した教科書でなく、制御の応用、ハードウェア、ソフトウェアなどシステムを統合し、工学を意識した、将来、幅広い見識をもつエンジニアを育成することをコンセプトとした。

さて、本書では以上のことを考慮して、執筆内容は次のように構成されている。

1章で、制御とは何であるか、2章では、制御の基本となる数学的モデリングについて講述している。機械系、電気系、プロセス系の物理式にもとづく数学的な定式化を行えば、機械、電気、プロセスの区別なく、統一的に制御対象を扱うことができ、それにより、制御理論はいろいろな分野に同じ手法で対応できることを示す。またさらに、定式化しにくい複雑システムに対して有効な、情報処理技術を応用したニューラルネットワークによるモデルやファジィモデルを紹介する。

3章から8章までが、古典制御の解析に関する事項を示している。3章が伝達関数、4章がブロック線図、5章が時間応答である過渡応答、6章が周波数応答、7章が制御システムの安定性を説明している。また、8章と9章では、古典制御の設計手法を講述している。位相進み・位相遅れ補償器、PID制御器、2自由度制御、極配置などであ

る。10章は現代制御理論を記述している。状態方程式、可制御・可観測、システムの安定性、極配置・最適レギュレータ・サーボ系などの状態フィードバック制御、オブザーバを用いた出力フィードバック制御、外乱オブザーバから構成されている。次に、11章は、物理モデルのパラメータ推定や、また物理モデルがまったくわからないときにモデルを推定する手法(これをシステム同定という)を講述している。また、伝達関数を状態方程式に変換する実現問題を述べている。実現問題は、伝達関数を実験により求めたとき、時間シミュレーションするために状態方程式に変換する問題であり、また、状態方程式を解析しやすい構造に変換する問題のことである。システム同定と実現問題は制御のための基礎であり、古典制御、現代制御の両方に役立つ理論である。12章はシーケンス制御を述べている。シーケンス制御系の構成・動作、論理代数、プログラマブルロジックコントローラ(PLC)の活用などから構成されている。13章は、付録として、複素数とラプラス変換、ベクトルと行列の基礎を記述し、本書を読むのに最小限の数学的知識の準備とした。

なお、本書では、古典制御理論、現代制御理論については、線形システムに限定した。非線形システムであっても、平衡点近傍で線形近似したものを対象に制御系を設計することで問題が解決することが多く、応用範囲は非常に広い(2章)。

1章から9章および、12章、13章は、大学学部3年生、高専の学生に利用できるようにした。10章と11章は、大学4年生、大学院修士課程学生、高専専攻科学生が利用できる内容にした。

古典制御理論、現代制御理論、ニューラルネットワーク・ファジィ制御、システム同定、シーケンス制御まで網羅した教科書は少ないように思う。できるだけ平易に執筆したつもりである。本書を読破して、制御工学の幅広い見識を身につけていただければ幸甚である。

最後に、本書を執筆するにあたって、各執筆者の所属機関の先輩、同僚をはじめいろいろな方々のご配慮をいただいた。また、実教出版企画開発部 平沢健様はじめ、編集部の方々には常に暖かい励ましを受けた。さらに、豊橋技科大の高専連携プロジェクトには3年間にわたり資金を支援していただき、温かく見守っていただいた。これらの御好意なくしては決して完成せず、皆さまには心から御礼申し上げる次第である。

著者を代表して
寺嶋 一彦
兼重 明宏

プロジェクトメンバー

寺嶋一彦(PL), 兼重明宏(SL), 三好孝典, 浜 克己, 竹村 学, 山崎敬則, 岡本峰基, 長谷賢治, 山田 実, 桑原裕史, 酒井史敏, 上 泰, 益崎真治, 徳田 誠, 中浦茂樹, 今村 孝

第 1 章

制御とは

1-1	制御の目的と制御系の基本構成	8
1-2	制御理論と制御技術史	16
	● 演習問題	23

第 2 章

モデリング

2-1	機械系モデル	24
2-2	電気系モデル	27
2-3	プロセス系モデル	32
2-4	非線形モデルの線形化	34
2-5	ニューラルネットワークモデルとファジィモデル	36
	● 演習問題	43

第 3 章

伝達関数

3-1	伝達関数	45
3-2	微分方程式と伝達関数	46
3-3	基本要素の伝達関数	48
	● 演習問題	51

第 4 章

ブロック線図

4-1	ブロック線図による表現	52
4-2	ブロック線図の基本結合	53
4-3	ブロック線図の等価変換	56
4-4	伝達関数と状態線図	58
	● 演習問題	60

第 5 章

時間応答

5-1	過渡応答	61
5-2	入力信号の種類	62
5-3	基本要素のインパルス応答とステップ応答	63
	● 演習問題	75

第 6 章

周波数応答

6-1	周波数応答の概要	76
6-2	ベクトル軌跡	79
6-3	ボード線図	86
	● 演習問題	96

第 7 章

制御系の 安定性

7-1	安定性と極	98
7-2	開ループ系の安定判別法 (ラウス・フルビッツの安定判別法)	102
7-3	フィードバック制御系の安定判別法 (ナイキストの安定判別法)	108
7-4	安定余裕	115
	● 演習問題	119

第 8 章

フィードバック 制御系の特性

8-1	フィードバック制御系の過渡特性	121
8-2	フィードバック制御系の定常特性	129
	● 演習問題	134

第 9 章

制御系の設計

9-1	極配置法によるローパスフィルタの設計	135
9-2	位相進み補償器の設計	137
9-3	位相遅れ補償器の設計	141
9-4	PID 制御器の設計	145
9-5	2 自由度制御系の設計	150
	● 演習問題	152

第 10 章

現代制御

10-1	状態方程式	153
10-2	状態方程式と伝達関数	157
10-3	座標変換	160
10-4	可制御性と可観測性	162
10-5	システムの応答	166
10-6	システムの安定性	168
10-7	状態フィードバック	170
10-8	出力フィードバック	184
	● 演習問題	190

第 11 章

システム同定と 実現問題

11-1	システム同定とは	192
11-2	システム同定法	193
11-3	実現問題と制御器の実装	207
	● 演習問題	217

第 12 章

シーケンス 制御

12-1	シーケンス制御系の制御対象	219
12-2	シーケンス制御系の構成	220
12-3	シーケンス制御系の動作	225
12-4	論理代数	228
12-5	PLC の活用 ～搬送装置の例～	232
	● 演習問題	233

第 13 章

各章に関連する数学の基礎

13-1	複素数とラプラス変換	234
13-2	ベクトルと行列	247
	● 演習問題	256

計算問題の解答	257
索引	260

※本書の各問題の「解答例」は、下記 URL よりダウンロードすることができます。キーワード検索で「制御工学」を検索してください。

<http://www.jikkyo.co.jp/download/>

第 1 章 制御とは

この章のポイント

本章では、制御系の例と制御系の基本構成を学び、制御工学のイメージをつかみ、学習の動機づけを行う。また制御理論や制御技術の発展の経緯を学び、制御エンジニアとしての心がまえを学習する。

- ① 制御とは何をすることか？
- ② フィードフォワード制御とフィードバック制御
- ③ モデリングと制御理論を用いてコントローラを設計する意味
- ④ ダイナミカル制御とシーケンス制御
- ⑤ 古典制御と現代制御
- ⑥ ポストモダン制御とインテリジェント制御

1-1

制御の目的と制御系の基本構成

1-1-1 制御の例

制御とは、制して御すると書くことから、「ある目的に適合するように対象とするものに所要の操作を加えること」と定義されている。英語でいえば、コントロールとなる。日本語の制御という言葉より、一般にはコントロールという言葉のほうが馴染みがあるのではないだろうか？野球のピッチャーのコントロール(制球)がよいとか、コントロールルーム(管理室)とか、テレビゲームのコントローラなど、イメージがすぐにわくと思われる。

これを自動的に行うのが自動制御であり、人の手で行うのが手動制御である。制御工学は、対象とするプロセスの解析およびモデリング^[1]、

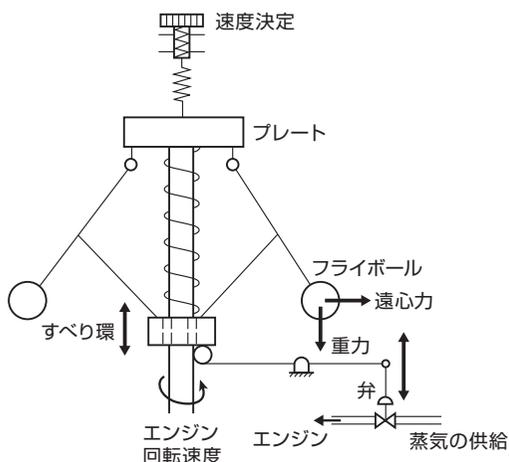


図 1-1 ガバナ(蒸気機関の自動速度調整器)

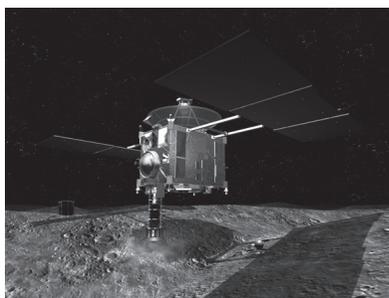


図 1-2 はやぶさ(写真提供: JAXA)

制御の原理や方法論である**制御理論**^[2]、**アクチュエータ**^[3]・**センサ**と統合した**制御装置**（コントローラ）の実装化などを取り扱う学問・技術である。

制御とは何かを理解するために、二つの制御の例を取り上げ説明する。まず一つ目は、**ジェームズ・ワット (J. Watt)**により発明された蒸気機関の速度調節器である**ガバナ**を紹介する。ワットはいうまでもなく、実用的な蒸気機関を発明した人として有名である。**蒸気機関**は、蒸気をシリンダに導き、ピストンを動かして往復運動をさせるエンジンの一種である。その往復運動をリンクなど用いて回転運動に変え、エンジンの回転速度を制御するのが図1-1の**ガバナ**である。その原理は、負荷の変動により回転の速度が上がると、遠心力が増加し、フライボールが上昇する。それにともない、てこにより蒸気弁が閉じる方向に動き、蒸気の供給が減少することにより減速する。一方、速度が下がり始めると、フライボールが下降し、てこにより蒸気弁が開く方向に動き、蒸気供給が増加し速度が上がる。このようにして、定められた速度に自動調整される。目標速度は、ガバナの上部に取りつけられたばねの締めつけ具合により設定できる。これにより、すべり環のバランス位置が変わり、蒸気弁の開度の平衡位置が変更できるため、ガバナによりエンジンの速度が制御される。今日のようにコンピュータ制御で速度制御が行われるのではなく、機械の構造設計によりなされていた。

二つ目の制御の例として、小惑星探査機「はやぶさ」の例をあげる。2010年6月13日、7年間の航海の末に地球に帰還した小惑星探査機「はやぶさ」のニュースは、日本の技術の優秀さを世界に証明した画期的な出来事であった。はやぶさに課せられたミッションは、地球から3億 km 以上離れたところに位置する小惑星イトカワに行き、サンプルを採取し地球に戻るという世界初のチャレンジであった(図1-2)。

はやぶさが技術実証した**要素技術**^[4]はいくつかあったようだが、**自律誘導航法**という高度な**システム制御技術**がなくては、今回の成功はなかった。地球から3億 km 以上離れたところに位置し、小惑星イトカワに着陸を試みようとする、地上からの電波は往復で30分以上、簡単な処理を入れると40分近くかかる。着陸を試みる場合、**遠隔制御**^[5]では無理で、高度が500 m以下になるとはやぶさが自分で自分の位置を計測し、自分で判断しながら目標に近づき、姿勢も自分で制御する必要があった。次に本体が降下して、接地後ただちに小惑星表面に重さ数グラムの金属球を発射し、その衝撃で発生する破片を**サンブラ・ホーン**（採取機）で捕まえる。はやぶさは、四つの斜め方向の距離を測定できる**レーザ距離計**を駆使して、小惑星との距離を測り、かつ表面に対して水平を保つように姿勢を制御しながら少しずつ目標に向かうというしく

[1] モデリングとシステム同定

制御の分野で用いるモデリングという用語は、数理モデルを作ることで、電気回路、ばね・マス・ダンパの機械システムなど物理現象を微分方程式や差分方程式、代数方程式などを用い数学的な式で表すことである。一方、システム同定とは、現に制御対象となる系の測定データをもとに、主に統計的手法を用いて系の挙動を代表する数理モデルのパラメータなどを推定することである。理論と現実を結びつける過程であり、とくに状態方程式にもとづいて制御系の解析や構築を行う現代制御論においてはこれらを正確に行うことが重要である。(2章, 11章参照)

[2] 制御理論

制御理論とは、制御工学の一部で、数理モデルを対象とし、主に数学を用いた制御に関係する理論である。

[3] アクチュエータ

アクチュエータは、ものを動かしたり、制御したりする機械的あるいは油空圧的装置のことで、利用する作動原理（入力するエネルギー）によりさまざまなものが開発され利用されている。一般には伸縮や屈伸、回転といった運動をするものでサーボモータなどがこれにあたる。

[4] 要素技術

たとえば、ロボットはいろいろな要素の技術からなる総合技術の集まりでできあがる。それを構成するセンサ技術、アクチュエータ技術、材料技術などが要素技術とよばれる。制御技術もセンサ、アクチュエータ、コントローラ、制御理論などからなる総合技術である。

[5] 遠隔制御

遠隔制御とは、電気信号などを利用して機器・装置などの操作を離れた場所から操作すること。工場のプラントの操作や鉄道の進路制御などで行われている。惑星探査機もその一つである。たとえば、ロボット多指ハンドの遠隔制御では、マスタ側(主)の操作者が多指ハンドと同様のグローブをつけ、人の手の動きをセンサで測定し、それと同じ動きをスレーブ側(従)のロボットハンドにさせ、一方、ロボットハンドに力角センサを取りつけ、物体からの反力をセンシングし、その力をマスタ側のグローブに、反力として与えるハプティック(触覚)デバイスを介して臨場感を与えるバイラテラル(双方向)のマスタ・スレーブ方式の遠隔制御が有名である。医療福祉や原子炉などで今後利用が期待される。

[6] 制御系

系という言葉は英語でいうとシステムということであり、図1-3はモータなどの駆動源、アクチュエータ、センサ、プラントなど、いろいろな要素から構成されているので、制御系という言葉を用いている。

[7] 目標値と変換部

目標値とは、たとえば、温度とか流量である。ただし、センサの検出部では、温度が直接でてくるのではなく、電圧などで検出される。したがって、目標値も電圧などに「変換部」で変換して、それをセンサ信号に対する目標値とする。

みである。これらは、センサで測定したセンシング情報をもとに、コンピュータで最適な制御入力が計算され、エンジンが制御された。

1-1-2 制御系の基本構成

制御の入力を時々刻々連続的に変えて操作することをダイナミカル(動的)制御という。すでに述べた例もそれにあてはまる。ここでは、ダイナミカル制御の代表として、フィードバック制御、フィードフォワード制御、その併合である2自由度制御について説明する。

フィードバック制御 フィードバック制御は、図1-3に示すように、制御量がセンサで検出されて目標値と比較され、制御偏差が決められ、そして制御偏差に応じて制御システムが所定の働きをするように操作信号が調節部で決定され、操作量が操作部により制御対象に加えられる制御のことである。この一巡する信号変換が閉ループになっていることから、閉ループ制御系^[6](クローズドループ制御系)とよばれる。フィードバック制御系(閉ループ制御系)の各要素を図1-3のブロック線図を用いて説明する。プラントとは制御対象であり、図1-1の例では蒸気機関によるエンジンである。制御量とは制御対象において制御したい量であり、この場合、エンジン回転速度である。目標値は、制御量に対して目標として与えられる量であり、目標回転速度である。しかしこの場合、コンピュータから目標値を指令しているわけではなく、ばねの締めつけ力により決めている。というのは、ばねの締めつけ力が強いと、エンジンの回転力が高くてプレートが上昇しにくく、それにともない、弁が閉まりにくく蒸気の供給が減少しにくくなるため定常速度が速い。逆に、締めつけ力を弱くすると、プレートが上昇しやすくなるため弁が閉まりやすくなり、最終的には蒸気の供給が減少し定常速度が遅くなる。検出部は回転速度を測定するものであるが、この場合直接計測しているわけではない。エンジンの回転速度とともに、フライボールが遠心力により上下するにともないすべり環が上下する。すべり環の位置により回転速度を間接的に検出するしくみとなっている。制御偏差は目標値と制御量の差である。調節部は、制御偏差をもとに制御

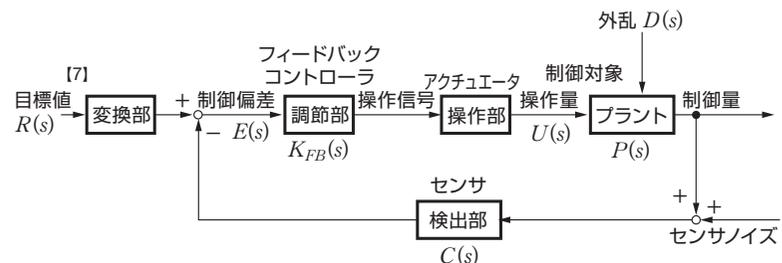


図1-3 フィードバック制御

システムが所要の働きをするのに必要な**操作信号**を算出し、操作部のアクチュエータに出力する部分であり**制御演算部**ともよぶ。この例では、すべり環の上下にともない弁の開度を変えるてこの部分が調節部である。つまり、エンジンの回転速度をフライボールを利用しすべり環の位置で表し、その情報をもとに、蒸気供給の弁開度を一意的に決めるために、てこを用いている。てこの長さを適切に決めておくことで、弁の開度が自動的に算出されているわけである。操作部は**アクチュエータ(制御機器)**ともよばれ、この場合は開度を変える弁である。調節部からの信号を操作量に変換し、プラントに働きかける部分である。コンピュータの発達した現代であるならば、制御量であるエンジンの回転速度をエンコーダやタコジェネレータで計測し、目標速度と制御量を比較し制御偏差を出し、それにしたがって、弁の最適な開度をコンピュータで計算し、そしてアクチュエータである弁を磁力やモータなどにより動かし、蒸気の供給を行う。プラントでは蒸気量に応じてエンジンの回転速度が制御される。それを当時は機構の工夫でフィードバック制御を実現していた。締めつけ力の調整、てこの長さ、フライボールの重量など、設定が経験による点もあるが、制御のしくみがよくわかり、優れたものである。なお、調節部、操作部、検出部をあわせた部分を**コントローラ(制御装置)**という。コンピュータを搭載した現代の制御は、機器の変更ではなく、ソフトの変更だけでできるフレキシビリティのあるものであるが、中身がブラックボックス的になり制御の機構が目に見えにくいため、初心者にはわかりにくいことに注意が必要である。

フィードバック制御は、予期せぬ**外乱**がシステムに介在する場合や、操作量と制御量という**入出力間の関係に不確定性**^[8]があるときに効力を発揮する。なお、はやぶさの例の場合は、着陸地点も、宇宙空間の中でイトカワの位置を認識し、その中で、どの位置に着地するかという目標値も自分で決めるので自律性があり高度な**制御技術**を要する。

フィードフォワード制御 フィードバック制御とともに、代表的な制御法としてフィードフォワード制御がある。あらかじめ計算された制御入力を通り運転する制御方法であり、図1-4に示す。信号変換が一方向であるため**開ループ制御系(オープンループ制御系)**とよばれる。エンジンの回転速度の制御では、制御量が目標速度になるように、あらかじめ弁の開度を計算にもとづき求めておき、その値

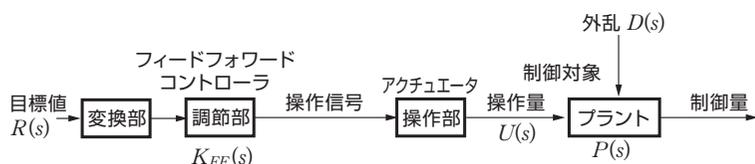


図1-4 フィードフォワード制御

[8] 入出力の関係が不確定性をもつとは

一般にモデルは、入力である操作量と出力である制御量の間を表現している。たとえば、入力量1に対して出力量が4、入力量2に対して出力量が8とすると、その因果関係を表す伝達特性は4である。この関係が、制御ごとに変動し確定していないとき、プロセスは「不確定性をもつ」という。あるいは、「入力と出力の因果関係を表すモデルが不確かさをもつ」という。

【20】 自律分散システム

トップダウンの集中型システムと異なり、全体を統合する中枢機能をもたず、自律的に行動する各要素の相互作用によって全体として機能するシステムのことである。インターネットなどが典型であり、生物も自律分散型制御を行っている。

【21】 非線形システム制御

非線形システム制御とは、非線形の状態方程式を対象とした理論であり、その対象は多岐にわたる。古くは、ベルマン、ポントリヤギンらにより2点境界値問題として

類似したものである。また、ニューラルネットワークなどもこの時期開花した。生物の神経システムを模擬した情報処理手法である。システム構造は**多層ネットワーク**で構成され、ネットワークは**結合係数とシグモイド関数**からなり、**大規模システムの非線形関係**を与えるもので、多くの学習によってその特性を学びそれを汎用化できる。このような視点から、本書では、ニューラルネットワーク、**ファジィ推論**についても記述した(2章参照)。

1-2-5 21世紀の制御の時代

さて、情報化社会の現在は、どのような制御理論・制御技術がトレンドなのであろうか？ 連続と離散システムの混合した**ハイブリッド制御**、**自律分散システム**^[20]、人とロボットの共存制御、人の特性を考慮した制御、生物の制御、カオス制御、医療ロボット・介護ロボット制御、環境制御、エネルギー制御、**非線形システムの制御**^[21]、遠隔制御、操作

表 1-1 制御理論・制御技術史

年	制御技術史	制御理論史	時代を拓いた研究者・技術者
1800 } 1920	・オートマトン、機械時計、 ガバナ(1788)	・フィードフォワード制御(17世紀) ・フィードバック制御(18世紀)の概念 確立	ワット(J. Watt) マクスウェル(J. C. Maxwell) ラウス(E. J. Routh) フルビッツ(A. Hurwitz)
1940	・フィードバック増幅器の発明 (1930) ・電気・通信技術への貢献 ・世界大戦でのサーボ技術(1940) ・サイバネティクス	・古典制御 PID制御 位相進み・遅れ補償 伝達関数 周波数応答 安定性	ブラック(H. S. Black) ナイキスト(H. Nyquist) ボード(H. W. Bode)
1960	・航空・宇宙時代到来 米ソロケット競争 ・重工業の発展 自動車・家電	・現代制御 状態空間モデル 最適制御 カルマンフィルタ オブザーバ 可制御、可観測、実現問題 安定理論	ウィナー(N. Wiener) ベルマン(R. Bellman) ポントリヤギン(L. S. Pontryagin) カルマン(R. E. Kallman) ザデー(L. A. Zadeh) ローゼンブロック(H. H. Rosenbrock) マクファーレン(D. C. Mcfarlane)
1980	・ロボット産業の隆盛 ・情報化時代 遠隔制御 FA・FM・CIM インターネット 携帯電話	・ポストモダン ロバスト制御 適応制御 学習制御 デジタル制御 インテリジェント制御 ファジィ制御 ニューラルネットワーク GA	ゼームス(G. Zames) ドイル(J. Doyle) ランダウ(L. D. Landau) 木村(H. Kimura)ら日本の研究者
2000	・クラウドコンピューティング ・スマートグリッド ・人間・ロボット共生	・21世紀の制御(混沌の時代?) 非線形制御 ハイブリッド制御 環境制御 バイオロジー制御 エネルギー制御 ライフサイエンス制御(生命医療分野)	

支援制御など混沌とした時代である。MATLABなどの市販ソフトも整備され、深い制御理論を知らなくても応用できるようになった現在、制御技術も多くの分野で浸透し、実用化され大きな市民権を得ている。しかし、一方では、20世紀のような大きな変革はなくインパクトが低下ぐみでブレークスルーが待たれるところである。

その中で、現在、生物、生命分野への制御の展開が、医工学、バイオ工学の分野で期待されている。1940年代に、生体における制御、通信、機械、そこに共通のメカニズムがあることを明らかにし、サイバネティックス^[22]を提唱したウィナー(N. Wiener)の透徹した審美眼の卓越性がいまさらながらわかる。ここでもう一度原点に戻り、制御を見直す時期にあるのかもしれない。また、2011年3月11日に起きた東日本大震災における地震、津波災害は、自然の恐ろしさを思い知らされた。原子力発電損傷による放射線問題は、機器単体だけでなくシステム全体の安全性・高信頼性制御システムの構築の重要性を思い知らされた。

「あれば便利な制御」から、「人や社会を救うシステム制御の構築」へと、今後も安全で高信頼性のシステム全体に関する制御理論や制御技術の開発が必要であろう。

以上述べた制御理論、制御技術史の鳥瞰図を表1-1に示す。

オープンループの形で最適制御の解が示されている。また、近年は、微分幾何学の概念を応用して、フィードバック制御の形で、線形システム論の概念の拡張をはじめ、多くの成果が出始めている。

[22] サイバネティックス

サイバネティックス(cybernetics)は、通信工学と制御工学を融合し、生理学、機械工学、システム工学を統一的に扱うことを意図して作られた学問。語源は、ギリシャ語で「(船の)舵を取る者」を意味する。第二次世界大戦後、アメリカの数学者ウィナー(N. Wiener)によって提唱され、さまざまな分野に影響をおよぼした。

第1章 演習問題

1. 下記の制御の応用実例を列挙せよ。
 - (1) フィードバック制御
 - (2) フィードフォワード制御
2. はやぶさの自動誘導航法の制御方法について述べよ。
3. 制御システムの評価項目をあげよ。
4. コンピュータ技術と制御技術のかかわりについて述べよ。
5. 古典制御の応用実例を列挙せよ。
6. 現代制御の応用実例を列挙せよ。
7. ロバスト制御、適応制御の応用実例を列挙せよ。
8. ニューラルネットワーク、ファジィ制御などインテリジェント制御の応用実例を列挙せよ。
9. 図1-8で、非干渉化する前置補償器 $C(s)$ を求めよ。
10. 入学試験に対して、成功させるための戦略を2自由度制御の概念を用いて述べよ。

この章のポイント

前章で述べたように、制御対象である動的なシステム^[1]を制御するためには、制御対象の数学的なモデル^[2]を構築し、対象の性質を解析し、数学モデルにもとづいて制御器(コントローラ)を設計することが必要となる。数学モデルを作成する操作をモデリングといい、本章では次章以降で用いる線形^[3]な動的システムを数学モデルで表現する方法について学ぶ。また、非線形^[3]な入出力関係を再現し、それを制御対象とする制御手法を用いるニューラルネットワークモデルや、あいまいさを確率ではなくファジィ変数で表したファジィモデルについても触れる。本章では、モデリングに関する次の6項目について学習する。

- ① 機械系モデルの基本要素とその使用例
- ② 電気系モデルの基本要素とその使用例
- ③ プロセス系(流体・熱など)モデルの基本要素とその使用例
- ④ 非線形モデルを線形化する意味
- ⑤ ニューラルネットワークモデルの使用例
- ⑥ ファジィモデルの概要

2-1

機械系モデル

[1] システム

システムとは、複数の要素が相互に作用し合いながら、全体としてある目的を実現(秩序を維持)するものである。

[2] モデル

モデルとは、システムの解析や最適化を行う際に、その構成や振る舞いを表現するものである。

[3] 線形、非線形

2-4を参照。

[4] ダンパ

ダンパとは、衝撃を緩和したり、振動が伝わるのを抑止する装置であり、自動車のサスペンション、計器の指針の振れ止めなどに使われている。なお、式2-2の $f(t) = Cv(t)$ は、たとえば油が満たされた

機械系モデルの場合、直線運動では、ばね、ダンパ^[4]、質量の三つを基本要素として、力を基準に、入出力関係のモデルを作成する。回転運動では、ねじりばね、粘性抵抗(回転ダンパ)、慣性の三つを基本要素として、トルク^[5]を基準に、入出力関係のモデルを作成する。このとき、入出力の関係づけには、ニュートンの運動の第2法則 $f = Ma$ およびオイラーの運動方程式 $\tau = J\alpha$ が用いられる。ここで、 f は力[N]、 M は質量[kg]、 a は加速度[m/s²]、 τ はトルク[N・m]、 J は慣性モーメント[kg・m²]、 α は角加速度[rad/s²]を表す。

2-1-1 機械系の基本要素

直線運動の
基本要素

図2-1に示す機械系の直線運動における三つの基本要素(a)~(c)に対して、時刻 t における外力 $f(t)$ [N]と各要素に働く変位 $x(t)$ [m]、その時間微分である速度 $v(t)$ [m/s]、加速度 $a(t)$ [m/s²]との関係式は、それぞれ

■ ばね、ダンパ、質量により生じる力

$$f(t) = Kx(t) \quad (2-1)$$

$$f(t) = Cv(t) = C \frac{dx(t)}{dt} \quad (2-2)$$

$$f(t) = Ma(t) = M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \quad (2-3)$$

である。ここで、 K はばね定数 [N/m]、 C は粘性摩擦係数 [N・s/m]、 M は質量 [kg] を表している。

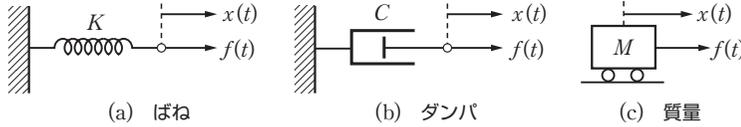


図 2-1 機械系の基本要素 (直線運動)

シリンダ内を移動するピストンを考えると、油の粘度が高いほど、また移動が速いほど大きな力を必要とすることから、力 f は粘性摩擦係数 C と速度 v の両方に比例していることを示している。

[5] トルク

トルクとは、機械などの固定された回転軸において、そのまわりの力のモーメントのことである。

回転運動の基本要素

図 2-2 に示す機械系の回転運動における三つの基本要素 (a) ~ (c) に対して、時刻 t における直線運動の外力に対応するトルクと、各要素に働く回転角度 $\theta(t)$ [rad]、その時間微分である角速度 $\omega(t)$ [rad/s]、角加速度 $\alpha(t)$ [rad/s²] との関係式は、それぞれ

■ ばね、粘性抵抗、慣性により生じるトルク

$$\tau(t) = K\theta(t) \quad (2-4)$$

$$\tau(t) = B\omega(t) = B \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (2-5)$$

$$\tau(t) = J\alpha(t) = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} \quad (2-6)$$

である。ここで、 K はばね定数 [N・m/rad]、 B は粘性抵抗係数 [N・m・s/rad]、 J は慣性モーメント [kg・m²] を表している。



図 2-2 機械系の基本要素 (回転運動)

積分要素

図 2-1 (c) において、式 2-3 は加速度 $a(t)$ を出力と考えたが、速度 $v(t)$ を出力と考えることもできる。速度と加速度の間には $\frac{dv(t)}{dt} = a(t)$ の関係があるので、式 2-3 は次のようになる。

$$f(t) = M \frac{dv(t)}{dt} \quad (2-7)$$

速度の初期値を $v(0) = 0$ とすると、時刻 t における速度は以下となる。

$$v(t) = \frac{1}{M} \int_0^t f(\tau) d\tau \quad (2-8)$$

このように、出力 $v(t)$ が入力 $f(t)$ の積分値に比例することになり、これは積分要素とよばれる。

2-1-2 機械系モデルの例

機械系モデルとして、直線運動ではばね、ダンパ、質量を、回転運動ではねじりばね、粘性抵抗、慣性の基本要素を組み合わせたさまざまなシステムが考えられる。ここでは直線運動の基本的な例について、入出力の関係を示す。

例題 2-1 ばね-ダンパ系

図 2-3 に示す系で、入力を変位 $x_i(t)$ 、出力を変位 $x_o(t)$ として、粘性摩擦係数 C のダンパによりばね定数 K のばねに作用する力 $f_1(t)$ と、そのばねの復元力 $f_2(t)$ との関係から、両者の関係式を示せ。

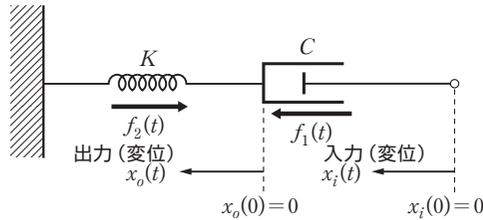


図 2-3 ばね-ダンパ系

● 略解 —— 解答例

$x_i(0) = x_o(0) = 0$ で平衡している状態を初期状態とし、この状態でダンパとしての油が満たされたシリンダ内を移動するピストンを右端から押すと、その位置が変化し、生ずる力によってばねも縮むことになる。このとき、ダンパに働く変位は $x_i(t) - x_o(t)$ 、ばねに働く変位は $x_o(t)$ であり、ダンパによる力はばねの復元力とつり合うことになり、両者間の力のつり合い式は以下のように表される。

$$f_1(t) - f_2(t) = C \frac{d\{x_i(t) - x_o(t)\}}{dt} - Kx_o(t) = 0$$

これらを整理すると、関係式は以下ようになる。

$$C \frac{dx_o(t)}{dt} + Kx_o(t) = C \frac{dx_i(t)}{dt} \quad (\text{答})$$

例題 2-2 質量-ばね-ダンパ系

図 2-4 に示す系で、入力を外力 $f(t)$ 、出力を変位 $x(t)$ とし、質量 M の台車は摩擦なく床を動くものとする。台車は、外力のほかに、ばね定数 K のばねからの復元力 $f_1(t)$ 、粘性摩擦係数 C のダンパからの抵抗力 $f_2(t)$ を受けているものとして、その関係式を示せ。

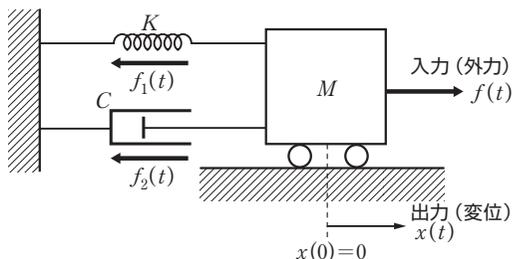


図 2-4 質量-ばね-ダンパ系

●略解——解答例

$x(0) = 0$ で平衡している状態を初期状態とし、その状態で外力 $f(t)$ を与えて質量 M の台車を引っ張ると、その位置が変化し、それとともにばねが伸び、ダンパのピストンも移動する。このとき、その変位 $x(t)$ と時間微分 $\frac{dx(t)}{dt}$ に比例してばねの復元力とダンパの抵抗力が生じることになり、運動法則の関係より、台車に働く力は以下のように表される。

$$\begin{aligned} M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} &= f(t) - f_1(t) - f_2(t) \\ &= f(t) - Kx(t) - C \frac{dx(t)}{dt} \end{aligned}$$

これらを整理すると、関係式は以下ようになる。

$$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + C \frac{dx(t)}{dt} + Kx(t) = f(t) \quad (\text{答})$$

2-2 電気系モデル

電気系モデルでは、抵抗、コンデンサ、コイルの三つを基本要素とし、電圧を基準として、入出力関係のモデルをキルヒホッフの法則^[6]にもとづいて作成する。

[6] キルヒホッフの法則

・第一法則：回路中のある接続点において、流入する電流の総和と流出する電流の総和は等しい。

・第二法則：ある閉回路を一定方向に一まわりするとき、電源電圧(起電力)の総和と各素子で消費される電圧(電圧降下)の総和は等しい。

2-2-1 電気系の基本要素

図 2-5 に示す電気系の三つの基本要素 (a)~(c) に対して、時刻 t における各要素に流れる電流 $i(t)$ [A] と要素間の電圧 $e(t)$ [V] との関係式は、それぞれ

■ 電気系の基本要素の関係式

$$e(t) = Ri(t) \quad (2-9)$$

$$e(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau \quad (2-10)$$

$$e(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad \text{より} \quad i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2-11)$$

である。ここで、 R は抵抗 [Ω]、 $q(t)$ は電荷 [C]、 C は静電容量 [F]、 L はインダクタンス [H] を表している。また、式 2-9 はオームの法則であり、 C と L はそれぞれ定電圧要素^[7]、定電流要素^[8]ともよばれる。

[7] 定電圧要素

定電圧要素とは、コンデンサのように、その容量が大きければ、電流が少々流れても電圧が変化しない要素のことである。

[8] 定電流要素

定電流要素とは、コイルのように、そのインダクタンスが大きければ、少しの間電圧を加えても電流が変化しない要素のことである。

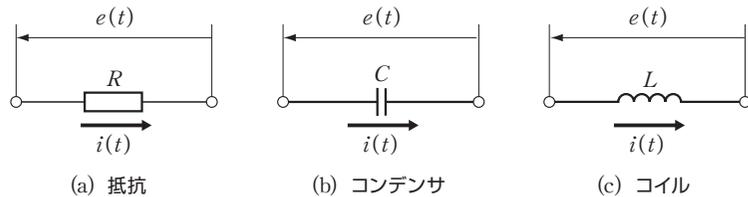


図 2-5 電気系の基本要素

2-2-2 電気系モデルの例

電気系モデルとしては、基本要素である抵抗、コンデンサ、コイルを組み合わせたさまざまなシステムが考えられる。ここでは回路およびモータを接続した場合の基本的な例について、入出力の関係を示す。

例題 2-3 RLC 直列回路

図 2-6 の回路で、入力を電圧 $e_i(t)$ 、出力を電圧 $e_o(t)$ として、その関係式を示せ。ただし、抵抗 R 、コイル L 、コンデンサ C に流れる電流を $i(t)$ とする。

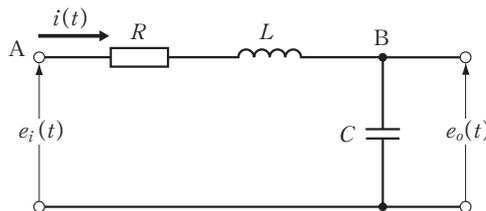


図 2-6 RLC 直列回路

●略解——解答例

AB間の各要素を電流 $i(t)$ が流れることにより、この間での電圧降下は以下のように表される。

$$e_i(t) - e_o(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

出力電圧 $e_o(t)$ は以下のように表され、 $i(t)$ について変形する。

$$e_o(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau \quad \text{より} \quad i(t) = C \frac{de_o(t)}{dt}$$

これを最初の式に代入して整理すると、以下ようになる。

$$LC \frac{d^2 e_o(t)}{dt^2} + RC \frac{de_o(t)}{dt} + e_o(t) = e_i(t) \quad (\text{答})$$

例題 2-4 位相進み回路(ハイパスフィルタ)

図2-7の回路で、入力を電圧 $e_i(t)$ 、出力を電圧 $e_o(t)$ として、その関係式を示せ。ただし、回路全体に流れる電流を $i(t)$ 、抵抗 R_1 、コンデンサ C に流れる電流をそれぞれ $i_1(t)$ 、 $i_2(t)$ とする。

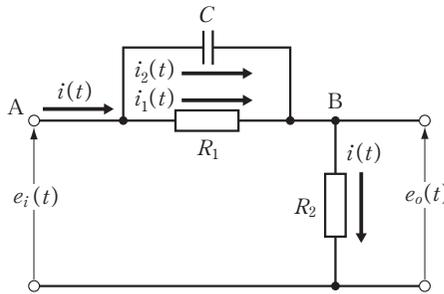


図 2-7 位相進み回路

●略解——解答例

回路全体を流れる電流 $i(t)$ が AB 間での二つの要素 R_1 、 C に分配される関係は以下のように表される。

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

また、この間での電圧降下は、以下のように表される。

$$e_i(t) - e_o(t) = R_1 i_1(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_2(\tau) d\tau$$

これより、各電流は以下のように表される。

$$i_1(t) = \frac{1}{R_1} \{e_i(t) - e_o(t)\}$$

$$i_2(t) = C \left\{ \frac{de_i(t)}{dt} - \frac{de_o(t)}{dt} \right\}$$

出力電圧 $e_o(t)$ は以下のように表される。